Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit

Ferber, Rafael

Abstract: The monograph (1981) shows that a fundamental paradox (that a line consists of infinitely many points) underlies all four paradoxes of motion: the runner, Achilles and the Tortoise, the Arrow and the Stadium. By the dissolution of the fundamental paradox, all four paradoxes of motion disappear. The second edition (1995) contains a postface, which gives a reply to P.K. Feyerabend, K.R. Popper, W.R. Knorr, J. Mansfeld and others who have discussed the book. The postface defends the following theses: (a) The paradoxes have not to be solved, but dissolved by elimination of their common source, the so-called fundamental paradox. (b) The fourth paradox, the stadium, has been misunderstood by Aristotle and has to be reconstructed in a new way. Half the time equals the whole because the two rows both have to traverse an infinite number of points.

Rafael Ferber

Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit

2., durchgesehene
und um ein Nachwort erweiterte Auflage

Franz Steiner Verlag Stuttgart

Rafael Ferber

Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit

Rafael Ferber

Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit

2., durchgesehene
und um ein Nachwort erweiterte
Auflage

Franz Steiner Verlag Stuttgart · 1995

Durchgesehener Nachdruck der 1. Auflage München 1981 mit freundlicher Genehmigung der C.H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung (Gesamtherstellung der 1. Auflage durch Buchdruckerei Hubert & Co., Göttingen)

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme
Ferber, Rafael:
Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit / Rafael Ferber. - 2., durchges. und um ein Nachw. erw. Aufl. - Stuttgart : Steiner, 1995
Zugl.: Bern, Univ., Diss., 1979
ISBN 3-515-06703-5

ISO 9706
 Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier. Druck: Druckerei Proff, Eurasburg.
Printed in Germany

Aus dem Vorwort zur 1. Auflage

Die vorliegende Schrift ist im Herbst 1979 als Dissertation von der Philosophisch-Historischen Fakultät der Universität Bern angenommen worden und erscheint hier leicht überarbeitet. Der Verfasser dankt den Herren Professoren Dr. A. Graeser und H. Lauener für die Approbation. Ferner sei allen anderen gedankt, die diese Arbeit – in welcher Form auch immer – gefördert haben.

Sachseln (Schweiz), im Frühling 1980 R. F.

An der *Veränderung der Fragen* sieht man, daß alles anders kam. – Nicht etwa, daß jene Fragen gelöst sind, die gute Zeit begann, dann neue Fragen, sieht man: nur aus der Veränderung der Fragen erkennt man, beiläufig und wenn man angestrengt guckt, daß jene, die früheren Fragen gelöst sind.

Ludwig Hohl

Inhalt

Einleitung

Unter unseren Annahmen über die raum-zeitliche Welt gibt es grundlegende und weniger grundlegende. Zu den grundlegenden gehören zweifelsohne diejenigen, welche die Struktur von Raum und Zeit selber betreffen, etwa daß Raum und Zeit Kontinua sowie Raum- und Zeitpunkt ausdehnungslos sind.

Vor rund 2500 Jahren hat nun Zenon von Elea vier Paradoxien erfunden, die zeigen, daß die erwähnten Annahmen zu Schwierigkeiten führen. Diese Paradoxien – man nennt sie Zenons Paradoxien der Bewegung – sind so fundamental und interessant, daß sie die anhaltende Aufmerksamkeit der größten Philosophen und z. T. auch Mathematiker von der griechischen Antike bis zur Gegenwart gefunden haben. Nicht ohne Grund kann so ein Lexikon schreiben: „Les arguments de Zénon d'Elée ont exercé la sagacité des plus grands penseurs de tous les temps."[1] Eine Wirkungsgeschichte dieser Paradoxien von den Anfängen bis zum Ersten Weltkrieg hat in groben Zügen F. Cajori verfaßt.[2]

Aber auch nach dem Ersten Weltkrieg hat die Beschäftigung mit Zenons Paradoxien der Bewegung nicht nachgelassen. Man gewinnt im Gegenteil den Eindruck, daß sie erst nach dem Ersten und noch mehr nach dem Zweiten Weltkrieg zu einer eigentlichen Breitenwirkung gekommen sind. Entsprechend ist die Literatur über Zenon angewachsen und so reichhaltig wie unübersehbar geworden. Doch gibt es einige Ecksteine: Was die neueste Literatur angeht, so ragen unter den vorwiegend historisch orientierten Arbeiten insbesondere diejenigen von G. Vlastos und J. Barnes hervor, unter den systematisch orientierten aber diejenigen von A. Grünbaum, der gegenwärtig wohl bedeutendsten Autorität auf dem Gebiet der Raum-Zeit-Philosophie.[3] G. Vlastos' und J. Barnes' Abhandlungen dürften das Beste sein, was über Zenons Paradoxien der Bewegung vom historischen Standpunkt aus geschrieben worden ist und lassen denn auch früheres weit hinter sich zurück. A. Grünbaums Buch „Modern Science and Zeno's Paradoxes" aber gilt nach dem einhelligen Urteil der Kenner als die ausführlichste und subtilste Monographie, die je über die mit Zenons Paradoxien zusammenhängenden systematischen Probleme verfaßt worden ist. Außer diesen herausragenden Arbeiten gibt es natürlich noch eine Reihe

---

[1] Larousse du XX^{e} siècle, vol. 6. p. 1128, Paris 1933. Zitiert in Grünbaum, 1967, S. 41.

[2] Cajori, 1915.

[3] Vlastos, 1967, 1975; Barnes, 1979; Grünbaum, 1967, 1970, 1973.

von andern wertvollen Beiträgen, die vor allem einzelne Paradoxien zum Gegenstand haben.[4] Eine Art Forschungsbericht über die einschlägige neuere Literatur verdanken wir K. v. Fritz.[5]

Und doch: Trotz dem Schweiß der Besten, den Zenons Paradoxien der Bewegung gefordert haben, glauben wir nach reiflicher Überlegung folgenden Satz wagen und verteidigen zu können: Zenons Paradoxien der Bewegung sind *heute noch* nicht befriedigend gelöst. Im Gegenteil scheinen sie einer Hydra zu gleichen: Sobald ein philosophischer Herkules ihnen einen Kopf abgeschlagen hat, wächst an einer anderen Stelle ein neuer nach. Mit Recht kann so K. v. Fritz noch 1978 schreiben:

> „Die Literatur über Zenon ist Legion; und bis in die unmittelbare Gegenwart hinein werden immer neue Versuche gemacht, mit den neuesten Mitteln der Mathematik zu einer endgültigen Lösung seiner Paradoxien zu gelangen. Aber jedesmal erheben diese ihr Haupt an einer unerwarteten Stelle von Neuem, ...“ [6]

Wenn wir hier trotzdem eine neue Studie über Zenons Paradoxien der Bewegung vorlegen, so deshalb, weil der dabei verfolgte Gedankengang eine radikale Alternative zu den Arbeiten von G. Vlastos und J. Barnes einerseits und A. Grünbaum andererseits sowie zu vielen anderen darstellt. Im Unterschied zu den erwähnten Forschern sehen wir nämlich in den Paradoxien nicht mathematische bzw. physikalisch-mathematische, sondern physikalisch-empirische Probleme. Entsprechend versuchen wir denn auch nicht „mit den neuesten Mitteln der Mathematik zu einer endgültigen Lösung“, sondern mit neueren empirischen Ergebnissen der Physik zu einer endgültigen Ausschaltung der Paradoxien zu gelangen. Unsere Alternative löst also die Paradoxien der Bewegung nicht. Aber sie schaltet sie schlagartig so aus, daß sie legitimerweise nicht mehr gelöst zu werden brauchen. Zusätzlich ergibt sie grundlegende Einsichten in die Struktur von Raum und Zeit, die nun ebenfalls nicht mehr als mathematische bzw. physikalisch-mathematische, sondern als physikalisch-empirische Probleme erscheinen. Der Zweck folgenden Versuches ist es denn zu zeigen, daß Zenons Paradoxien der Bewegung ausschaltbar sind, und daraus einige Konsequenzen für die Struktur von Raum und Zeit zu ziehen.

Im weiteren Unterschied zu den erwähnten Arbeiten, die entweder vorwiegend nur historischer oder nur systematischer Natur sind, ist der vorliegende Versuch historischer *und* systematischer Natur. Dies scheint uns auch der Natur der Sache angemessen. Denn einerseits sind die erwähnten Paradoxien unter unwiederholbaren historischen Voraussetzungen entstandene historische Probleme der Philosophie, andererseits involvieren sie auch systematische Probleme hinsichtlich von Raum und Zeit. Rein systematische Arbeiten über diese Paradoxien führen in der

---

[4] Vgl. z. B. den Sammelband von Salmon, 1970.

[5] Vgl. Fritz, 1978.

[6] ebd. 1978, S. 6.

Regel zu gravierenden historischen Unstimmigkeiten, was sich auch negativ auf die systematische Fragestellung auswirken kann. Rein historische Arbeiten aber übersehen in der Regel die involvierten systematischen Probleme. Das kann dazu führen, daß bei der angeblichen Lösung in aller Unschuld systematische Voraussetzungen gemacht werden, die in sich unhaltbar sind. In Abwandlung eines Kantischen Ausspruches ließe sich so sagen: Philosophiehistorie ohne systematische Philosophie ist blind, systematische Philosophie ohne Philosophiehistorie ist leer. Deshalb scheint uns hier eine historisch-systematische Arbeit das einzig Richtige zu sein.

Auf die unübersehbare Sekundärliteratur sind wir dabei nur insoweit eingegangen, wie es innerhalb der Entwicklung unseres Gedankenganges funktional sinnvoll war. Diese Entwicklung aber ist in ihren Hauptabschnitten folgende:

Im ersten Teil sollen die Paradoxien der Bewegung in der Fassung exponiert werden, in der sie uns Aristoteles überliefert hat. Wir gehen deshalb von Aristoteles aus, weil er die Primärquelle für die erwähnten Paradoxien bildet und wir erst mit ihm festen Boden unter den Füßen bekommen. Denn wie Aristoteles die Paradoxien verstanden hat, läßt sich mit einiger Sicherheit entscheiden. Wie sie aber der Eleate verstanden hat, bzw. verstanden wissen wollte, ist mangels Quellenmaterials mit vielleicht einer Ausnahme u.E. nicht mehr entscheidbar. Um uns deshalb nicht im weiten und unfruchtbaren Feld rein akademischer Spekulationen zu verlieren, beschränken wir uns mit dieser Ausnahme auf die aristotelische Version. Zudem ist es nur sinnvoll, diese Paradoxien nicht aus dem Kontext derjenigen Philosophie zu lösen, in der sie zum ersten Male schriftlich faßbar sind. Unter einer historischen Exposition von Zenons Paradoxien sei also hier eine Exposition im Rahmen der aristotelischen Philosophie verstanden, und wenn wir von Zenon sprechen, so meinen wir mit wenigen Ausnahmen den aristotelischen Zenon. In dieser Exposition geht es uns dabei nicht nur darum, den Paradoxien einen guten, mit den aristotelischen Textgrundlagen verträglichen Sinn zu geben, sondern auch darum, sie auf ihre Voraussetzungen hin durchsichtig zu machen. Neu ist an diesem Teil, daß er die beiden grundlegenden Voraussetzungen sämtlicher vier Paradoxien herausarbeitet und eine alternative Interpretation des Stadiums gibt, die aus ihm ein ingeniöses, mit den anderen ebenbürtiges Paradox macht. Dadurch rückt auch das Verhältnis Zenons zu Anaxagoras in ein neues Licht.

Der zweite Teil bringt eine Auseinandersetzung mit einigen paradigmatischen Lösungsversuchen. Er soll exemplarisch die These begründen, daß die Paradoxien der Bewegung bis heute noch nicht befriedigend gelöst sind. Z.T. neu ist an ihm, daß er u.a. die Lösungsvorschläge G.Vlastos', J.Barnes' und A.Grünbaums einer pointierten Kritik unterzieht.

Der dritte Teil deckt das den vier Paradoxien der Bewegung zugrundeliegende Zenonische Fundamentalparadox auf, worin der zentrale Erklärungsversuch unserer Arbeit besteht. Nach einer Auseinandersetzung mit Aristoteles und A. Grünbaum folgt die Ausschaltung dieses Paradoxons und damit auch aller vier anderen Paradoxien der Bewegung. Zugleich erhellt, weshalb es zu diesen vier Schwierigkeiten gekommen ist. Die Fruchtbarkeit dieser Ausschaltung wird durch weitere Anwendungen unter Beweis gestellt. Einige Einwände gegen deren Ergebnisse werden entkräftet. Neu ist u. a. an diesem Teil, daß die vier Paradoxien durch *ein* Fundamentalparadox zu erklären versucht und auf dem Wege der Elimination dieses Paradoxons ebenfalls zum Verschwinden gebracht werden.

Der vierte Teil zieht einige elementare Konsequenzen für die Struktur von Raum und Zeit, die sich aus dieser Ausschaltung ergeben. Negativ gesehen, bietet er eine radikale Kritik an den grundlegenden Thesen der „transzendentalen Ästhetik" und an einigen „Grundsätzen des reinen Verstandes" von Kants „Kritik der reinen Vernunft" sowie an gewissen fundamentalen Aussagen von H. Reichenbachs und A. Grünbaums klassisch gewordenen Raum-Zeit-Philosophien. Positiv gesehen, ist u. a. an ihm neu, daß er mit Entdeckung des normativen „ist", hinsichtlich von Raum und Zeit, eine Position skizziert, die wir Normativismus nennen.

Soviel zur Gliederung und allgemeinen Charakterisierung des Hauptteils. Was die konkrete Idee anbetrifft, wie die Paradoxien ausgeschaltet werden, so ist sie im Prinzip keineswegs neu, sondern beinahe so alt wie die westliche Philosophie selbst. Da sie jedoch weitgehend unbeachtet blieb, mag hier der Satz gelten: „Alles Gescheite ist schon gedacht worden; es kommt nur darauf an, es noch einmal zu denken." (J. W. v. Goethe). Der Schluß faßt in *einem* Satz zusammen, worauf es dieser Arbeit im wesentlichen ankam.

Was die Diktion angeht, so versuchten wir im Unterschied zu den Bemühungen G. Vlastos', J. Barnes', A. Grünbaums u. a. in einer anspruchslosen, nichttechnischen Sprache zu schreiben, – soweit es möglich und verantwortbar war. Wir versuchten also nicht schwierige Dinge schwierig, sondern einfach zu sagen. Das Entscheidende läßt sich auch so sagen, und unsere Diktion sollte deshalb auch dem interessierten Laien verständlich sein.

Arbeitshypothesen liegen unserem Versuch folgende zugrunde:

Erstens nehmen wir an, daß Zenons Paradoxien der Bewegung einfach, kraftvoll, tief und nicht bloß triviale Sophismen sind. Wären sie nämlich das letztere, dann böten sie vielleicht historischer Neugierde noch einen Gegenstand, wären aber von einem systematisch-philosophischen Standpunkt aus nicht mehr relevant. Die erste Bedingung, der u. E. eine philosophische Arbeit genügen muß, die Relevanz des Themas, wäre somit nicht erfüllt. Weiterhin scheint es uns auch methodisch fruchtbarer zu sein, an diese Paradoxien mit einem Vertrauensvorschuß hinsichtlich ihrer Bedeutung heranzutreten, als sie von vornherein zu trivialisieren. Denn bekanntlich beeinflußt die Einstellung zu einem Thema auch das Thema. Wenn wir aber an diese

Paradoxien schon mit einer negativen Einstellung herantreten, dann werden wir eher dazu neigen, uns z.B. beim Stadium mit der Annahme eines trivialen Paradoxes zu begnügen, als auch in ihm ein ingeniöses zu suchen.

Zweitens nehmen wir an, daß diese Paradoxien auszuschalten sind. Demgegenüber ließe sich auch der Standpunkt geltend machen, daß die Welt unvermeidlich paradox und die theoretische Aufgabe mit der Erkenntnis ihrer Paradoxien schon gelöst ist. Obwohl wir für diesen Standpunkt einiges Verständnis aufbringen, vertreten wir folgende Auffassung: Diese Paradoxien sind Herausforderungen, die wir nicht hinzunehmen, sondern zu eliminieren haben. Denn zwar sind sie nicht körperliche Schmerzen, aber sie schmerzen unserer Vernunft. Und wie wir alle instinktiv körperliche Schmerzen nach Möglichkeit zu beseitigen trachten, so sollten wir auch das geistige Unbehagen auszuschalten versuchen, das uns diese Paradoxien bereiten.

Drittens nehmen wir an: Wenn sich diese Paradoxien überhaupt ausschalten lassen, dann muß die Ausschaltung von elementarer Einfachheit sein. Denn wo schon so viele subtile Lösungen gescheitert sind, da ist nicht anzunehmen, daß weitergehende Subtilität den Durchbruch bringt, sondern daß einfache Dinge übersehen wurden, – eben weil sie so einfach sind. Es liegt also keineswegs in der Absicht unseres Versuches, mit den Arbeiten G. Vlastos', J. Barnes', A. Grünbaums u.a. an Gelehrsamkeit und Subtilität zu konkurrieren. Wir setzen diesen Arbeiten vielmehr den Standard der Einfachheit entgegen. Das Bemühen um Einfachheit scheint uns auch im originären Sinne einer philosophischen Arbeit zu liegen. Denn die Aufgabe einer solchen Arbeit liegt nicht primär darin, ein Problem mit viel Gelehrsamkeit in all seine Verästelungen hinaus zu verfolgen, sondern das Fragezeichen so tief zu setzen, daß dessen elementarste und einfachste Strukturen sichtbar werden. Erst wenn die Wurzel eines Problems freigelegt ist, kann es auch *radikal* ausgeschaltet werden.

Soviel zu unseren Arbeitshypothesen. Ihre Berechtigung liegt nicht in ihrer möglichen Wahrheit, sondern im möglichen Erfolg ihrer Anwendung. Wenn es also gelingt, mit ihnen erfolgreich zu arbeiten, dann können wir sie als berechtigt betrachten. Ob es gelingt, läßt sich nicht a priori entscheiden, sondern muß sich in der nachfolgenden Arbeit zeigen. Ihr geht es überhaupt weniger darum, Thesen als wahr zu *be*weisen, als vielmehr darum, auf fruchtbare Aspekte *hin*zuweisen.

I. Exposition der Paradoxien

1. *Das Dichotomie-Paradox*

..., πρῶτος μὲν ὁ περὶ τοῦ μὴ κινεῖσθαι διὰ τὸ πρότερον εἰς τὸ ἥμισυ δεῖν ἀφικέσθαι τὸ φερόμενον ἢ πρὸς τὸ τέλος, ... (Phys. Z 9. 239b 11–13)

„..., das erste [Argument] gegen die Möglichkeit von Bewegung besteht darin, daß das sich Fortbewegende früher bei der Hälfte ankommen muß als beim Ende, ..."

Gemäß dieser hier von Aristoteles nur angedeuteten Schwierigkeit muß das sich Fortbewegende zuerst die Hälfte einer Strecke erreichen, bevor es das Ende erreicht, und von dieser wieder die Hälfte, usw. ad inf. (vgl. Phys. Z2. 233a21–23. Θ 8. 263a4–6). Um dieses Paradox tatsächlich als Paradox einführen zu können, hat aber der Stagirite zwei Voraussetzungen zu machen, die allerdings innerhalb seiner Exposition der Paradoxien nicht explizit werden.

Die eine Voraussetzung besteht darin, (a) daß die zu durchlaufende Raumstrecke ein Kontinuum bildet (vgl. ebd. Z 2.233a21–26. b15–17. Θ 8.263a 23–b3), d.h. für Aristoteles u.a., daß sie unendlich teilbar ist (vgl. ebd. Z1. 231a 21–b18. Z2. 232b 24–25). Denn wäre sie nicht unendlich teilbar, dann ließe sich der Halbierungsprozeß nicht unendlich fortsetzen. Doch soll er offensichtlich unendlich fortgesetzt werden können (vgl. Θ 8. 263a6).

Nennen wir diese Strecke AB. Die erste Halbierung teile AB in die Strecken AC und CB. Dann fragt sich, ob die zweite Halbierung die Strecke AC oder CB, die erste oder die zweite Hälfte von AB halbieren soll. Eine analoge Frage läßt sich auch bei der dritten und vierten Halbierung stellen, usw. ad inf. Anzunehmen aber ist offensichtlich, daß immer nur die jeweils erste oder (aut) immer nur die jeweils zweite Hälfte halbiert werden soll. Wenn immer nur die jeweils erste Hälfte, dann stellt der unendlich fortsetzbare Halbierungsprozeß in Gedanken eine Rückwärtsbewegung dar, die A nicht erreicht. Denn der Abstand zu A läßt sich zwar durch unendliche Halbierung beliebig endlich klein machen, aber er wird immer noch größer als Null sein. Wenn immer nur die jeweils zweite Hälfte halbiert werden soll, dann stellt der unendliche Halbierungsprozeß in Gedanken eine Vorwärtsbewegung dar, die B nicht erreicht. Denn der Abstand zu B läßt sich auch wieder durch unendliche Halbierung beliebig endlich klein machen, aber er wird immer noch größer als Null sein. Im ersten Fall wird der Läufer nicht starten, im zweiten Fall nicht im Ziel ankommen können. Aristoteles scheint die zweite Variante zu bevorzugen,[1] andere Interpreten – antike wie moderne – haben mit der ersten Variante gearbeitet. Am grundsätzlichen Gehalt des Paradoxons, der uns hier allein interessiert, ändert sich jedoch durch eine Bevorzugung der einen Variante vor der anderen nichts.

Die erste Voraussetzung jedoch, daß die Raumstrecke AB ein unendlich teilbares Kontinuum bildet, genügt nicht. Aristoteles muß ferner voraussetzen, (b) daß die Raumpunkte A und B wie alle Punkte der Strecke AB unteilbar und ausdehnungslos sind. Denn wären A und B ihrerseits teilbar und ausgedehnt, d.h. Raumstrecken, dann gäbe es gar keinen klar bestimmbaren Anfangs- und Endpunkt mehr und der Halbierungsprozeß würde einmal auf A oder B übergreifen. Zudem ist für Aristoteles ein Punkt ohnehin unteilbar (vgl. Metaph. Δ 6. 1016b24–31) und offenkundig nicht ausgedehnt, sondern ausdehnungslos.

Das Paradox aber läßt sich nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich interpretieren. Die erste aristotelische zeitliche Interpretation jedoch, Zenon habe gemeint, es sei unmöglich, in einer endlichen Zeit eine unendliche Strecke zu durchlaufen (vgl. Phys. Z2. 233a 21–23), reduziert das Argument auf einen bloßen Fehlschluß, der sich durch eine Bedeutungsdifferenzierung von „unendlich" im Sinne einer unendlichen Teilbarkeit und einer unendlichen Ausgedehntheit vermeiden läßt: Eine unendlich ausgedehnte Strecke läßt sich in einer endlichen Zeit nicht durchlaufen, wohl aber eine unendlich teilbare. Denn auch die Zeit selber ist auf diese Art und Weise unendlich (vgl. ebd. 26–28). Aristoteles realisiert aber, daß er damit das Argument nur ad hominem widerlegt hat und die eigentliche Schwierigkeit noch nicht bewältigt ist (vgl. Phys. Θ 8. 263a 11–18). Deshalb nimmt er es wieder auf (vgl. ebd. 263a 18–19). Doch läßt sich das Argument in strikter Analogie zur räumlichen Interpretation auch zeitlich im Sinne eines Paradoxes deuten, worauf ja schon Aristoteles hinzuweisen scheint (vgl. ebd. 263b 3–5). In diesem Sinne zeitlich interpretiert, ist es unmöglich, eine unendlich teilbare Zeitstrecke zu durchlaufen. Denn das sich Fortbewegende muß zuerst die Hälfte der Zeitstrecke erreichen, bevor es das Ende erreicht, und von dieser wieder die Hälfte, usw. ad inf. Um ein Beispiel zu geben: Damit ein Wesen acht Jahre alt werden kann, muß es zuerst vier Jahre alt werden. Damit es vier Jahre alt werden kann, zuerst zwei. Damit zwei, zuerst eines, usw. ad inf.[2] Das bedeutet: Kein Wesen kann überhaupt nur einen beliebig endlich kleinen Teil einer Sekunde alt werden.

Nennen wir die zu durchlaufende Zeitstrecke A′B′. Es liegt auf der Hand, daß in dieser temporalen Interpretation zur lokalen analoge temporale Voraussetzungen zum Tragen kommen, nämlich (a′) die Kontinuität, d.h. für Aristoteles hier die

---

[1] Vgl. Vlastos, 1975, S. 202.

[2] Vgl. Shamsi, 1972, S. 135.

unendliche Teilbarkeit der Zeitstrecke, und (b') die Unteilbarkeit und Ausdehnungslosigkeit der Zeitpunkte. Denn wäre die Zeitstrecke A'B' nicht unendlich teilbar, dann ließe sich der Halbierungsprozeß nicht unendlich fortsetzen. Wären ferner A' und B' teilbar und ausgedehnt, d.h. Zeitstrecken, dann gäbe es gar keinen klar bestimmbaren Anfangs- und Endpunkt mehr und der Halbierungsprozeß würde einmal auf A' und B' übergreifen. Die Kontinuität der Zeit ist ja ohnehin eine fundamentale These der aristotelischen Zeittheorie (vgl. Phys. Δ 11. 219a 10–13. 220b 24–26). Der Zeitpunkt aber wird in Analogie zum Raumpunkt behandelt (vgl. ebd. 219b 16–17. 220a 9–21), und wie kein Raumpunkt Teil, sondern Grenze einer Linie ist, so ist auch kein Zeitpunkt Teil, sondern Grenze einer Zeit (vgl. ebd. 220a 18–23). Daraus ergibt sich, daß er nicht wie ein (offensichtlich kontinuierlicher) Teil einer Zeitstrecke teilbar und ausgedehnt, sondern unteilbar und unausgedehnt ist. Die Unteilbarkeit des Jetzt wird ja übrigens von Aristoteles expressis verbis behauptet (vgl. ebd. 222b 7–8) und impliziert für ihn offenbar hier auch Unausgedehntheit.

Die fundamentalen aristotelischen Voraussetzungen des Dichotomie-Paradoxes, auf die zusammenfassend nochmals hingewiesen sei, sind so (a) bzw. (a') die Kontinuität von Raum- bzw. Zeitstrecke und (b) bzw. (b') die Unteilbarkeit und Ausdehnungslosigkeit von Raum- bzw. Zeitpunkt. Sie sind für Aristoteles so selbstverständlich, daß er sie gar nicht eigens erwähnt.[3] Die fundamentalsten Voraussetzungen, die ein Philosoph macht, erwähnt er nämlich meistens nicht.

2. *Das Achilles-Paradox*

δεύτερος δ' ὁ καλούμενος Ἀχιλλεύς· ἔστι δ' οὗτος, ὅτι τὸ βραδύτατον οὐδέποτε καταληφθήσεται θέον ὑπὸ τοῦ ταχίστου· ἔμπροσθεν γὰρ ἀναγκαῖον ἐλθεῖν τὸ διῶκον ὅθεν ὥρμησεν τὸ φεῦγον, ὥστε ἀεί τι προέχειν ἀναγκαῖον τὸ βραδύτερον. (Phys. Z 9. 239b 14–18)

„Das zweite [Argument] ist der sogenannte Achilles: Dieses besteht darin, daß das Langsamste, das läuft, vom Schnellsten niemals eingeholt wird; denn notwendig kommt das Verfolgende zuerst dort an, woher das Fliehende aufgebrochen ist, so daß notwendig das Langsamere immer etwas voraussein wird."

Aristoteles bemerkt, daß dieser Gedanke [im wesentlichen] derselbe ist wie der im Dichotomie-Paradox (vgl. ebd. 18–19). In beiden Fällen kann nämlich infolge einer Art Teilung der zu durchlaufenden Strecke die Grenze nicht erreicht werden (vgl. ebd. 22–24). Doch besteht nach Aristoteles der Unterschied, daß es sich im Achilles nicht um ein Halbieren der noch hinzukommenden Strecke handelt (vgl. ebd. 19–

[3] Vgl. für weiterführende Bemerkungen, Vlastos, 1975, S. 201–211, Barnes 1979, I, S. 261–273.

20). Weiterhin besteht im Achilles die Besonderheit, daß, was in der Dichtung als Ausbund der Geschwindigkeit gefeiert wird, bei der Verfolgung des Langsamsten sein Ziel nicht erreicht (vgl. ebd. 24–25). Diese Abweichungen aber verändern nicht die Substanz des Arguments. In der Tat ist die aristotelische Formulierung des Paradoxons so offen, daß sie sich in Analogie zum Dichotomie-Paradox bringen läßt:[4] Das Langsamere wird nämlich deshalb immer etwas voraussein, weil sich zwar nicht ein Halbierungs-, aber doch ein Teilungsprozeß unendlich wiederholen läßt. Im Unterschied zum Dichotomie-Paradox jedoch ist der zu erreichende Punkt nicht fixiert, sondern er weicht zurück, ohne je erreicht werden zu können.

Wie das Dichotomie-, so ist dabei auch das Achilles-Paradox räumlich und zeitlich interpretierbar: In der räumlichen Interpretation wird die Schildkröte Achilles immer um eine beliebig endlich kleine Raumstrecke voraussein. In der zeitlichen Interpretation wird die Schildkröte Achilles immer um eine beliebig endlich kleine Zeitstrecke voraussein. Beide Deutungen hängen natürlich zusammen.[5]

Damit es in der räumlichen Fassung gilt, setzt Aristoteles mindestens (a) die Kontinuität einer Raumstrecke und (b) die Unteilbarkeit sowie Ausdehnungslosigkeit eines Raumpunktes voraus. Damit es in der zeitlichen Fassung gilt, setzt Aristoteles analog mindestens (a′) die Kontinuität einer Zeitstrecke und (b′) die Unteilbarkeit sowie Ausdehnungslosigkeit eines Zeitpunktes voraus. Denn wären Raum- bzw. Zeitstrecke nicht kontinuierlich, d.h. für Aristoteles hier nicht unendlich teilbar, so ließe sich der Prozeß nicht unendlich wiederholen. Doch soll er offensichtlich unendlich wiederholt werden können. Wären ferner Raum- bzw. Zeitpunkt teilbar und ausgedehnt, d.h. Raum- bzw. Zeitstrecken, dann würde der unendliche Teilungsprozeß einmal auf den „Punkt" übergreifen, von dem aus die Schildkröte startet. Die grundlegenden Voraussetzungen sind somit im Achilles dieselben wie im Dichotomie-Paradox.

Doch auch das Problem ist nach dieser Interpretation im Prinzip dasselbe. Denn die Quintessenz der Schwierigkeiten läßt sich in beiden Fällen auf folgende Frage bringen: Wie kann die Teilung einer per definitionem unendlich teilbaren Raum- bzw. Zeitstrecke beendet werden? Da jedoch einerseits eine Raum- bzw. Zeitstrecke hier infolge Definition unendlich teilbar ist und somit deren Teilung nicht beendet werden kann, andererseits aber infolge Postulat deren Teilung einmal beendet werden soll, liegt die Quintessenz der Schwierigkeit im logischen Widerspruch einer Definition mit einem Postulat. Wenn wir in der Definition auch ein Postulat sehen wollen, dann liegt die Schwierigkeit im logischen Widerspruch zweier

[4] Im Gegensatz zu Vlastos, 1975, S. 213, der u.E. die Bedeutung des aristotelischen Wortlautes zu eng interpretiert.

[5] Vgl. für weiterführende Bemerkungen, Vlastos, 1975, S. 211–215, Barnes, 1979, I, S. 273–275.

Postulate: Die Paradoxie beruht auf einer Antinomie, die sich auch so formulieren läßt: Eine Strecke ist unendlich teilbar und nicht unendlich teilbar. Beide Teile der Antinomie scheinen wahr zu sein. Doch die Konjunktion dieser beiden Wahrheiten ist eine Kontradiktion, und das Schwierige bei diesen unendlichen Läufen – das Enden.

3. Das Pfeil-Paradox

…, τρίτος ὁ νῦν ῥηθείς, ὅτι ἡ ὀϊστὸς φερομένη ἕστηκεν. (Phys. Z 9.239b 30)

„…, das dritte [Argument] ist das soeben genannte, daß der sich bewegende Pfeil ruht."

Damit bezieht sich Aristoteles auf folgenden Zenonischen Gedankengang zurück:

εἰ γὰρ αἰεί, φησίν, ἠρεμεῖ πᾶν [ἢ κινεῖται] ὅταν ᾖ κατὰ τὸ ἴσον, ἔστιν δ' αἰεὶ τὸ φερόμενον ἐν τῷ νῦν, ἀκίνητον τὴν φερομένην εἶναι ὀϊστόν. (Phys. Z9.239b5–7)

„Wenn nämlich immer, sagt er, alles ruht, solange es einen Raum einnimmt, der gleich groß ist wie es selbst, das Bewegte aber immer im Jetzt ist, dann ist der bewegte Pfeil unbewegt."[6]

In dieser Fassung besteht das Argument aus drei Schritten:

(a) Alles ruht immer, solange es einen Raum einnimmt, der gleich groß ist wie es selbst.

(b) Das Bewegte ist immer im Jetzt.

(c) Der bewegte Pfeil ist unbewegt.

Wenn die Argumentation von (a) zu (c) einen gültigen Schluß darstellen soll, dann enthält sie noch eine stillschweigend gemachte Annahme (b′), die wir so formulieren können:

(b′) Im Jetzt nimmt das Bewegte einen Raum ein, der gleich groß ist wie es selbst.

Die Argumentation besteht dann aus vier Schritten:

(a) Alles ruht immer, solange es einen Raum einnimmt, der gleich groß ist wie es selbst.

(b) Das Bewegte ist immer im Jetzt.

(b′) Im Jetzt nimmt das Bewegte einen Raum ein, der gleich groß ist wie es selbst.

(c) Der bewegte Pfeil ist unbewegt.

---

[6] Mit Ross haben wir das ἢ κινεῖται ausgelassen, vgl. Ross, 1936, S.658. Das ᾖ κατὰ τὸ ἴσον verstehen wir mit den meisten Interpreten als „…, solange es einen Raum einnimmt, der gleich gross ist wie es selbst,…", vgl. Vlastos, 1975, S. 194, Anm. 2, Barnes, 1979, I, S. 278. Mit Barnes, 1979, I, S. 276, neigen wir der Ansicht zu, daß das Fragment D/K, 29B nicht authentisch ist.

(a) formuliert die Bedingung dafür, daß etwas ruht. (b) und (b′) machen diese Bedingung für das Bewegte geltend, und (c) folgert daraus, daß der bewegte Pfeil unbewegt ist. Voraussetzen dürfen wir dabei, daß das Jetzt in (b) und damit auch in (b′) unteilbar ist. Denn nach Aristoteles ist sich Zenon darüber im unklaren, daß sich die Zeit nicht aus unteilbaren Jetzt zusammensetzt (vgl. Z9. 239b 8–9). Also nimmt er an, daß das Jetzt in (b) und damit in (b′) unteilbar ist.

Wenn aber (b′) gültig sein soll, dann muß das Jetzt nicht nur unteilbar, sondern auch ausdehnungslos sein. Denn wäre es eine ausgedehnte Zeitstrecke, so würde das *Bewegte* im Jetzt einen Raum einnehmen, der größer als sein Volumen ist. Das scheint auch Aristoteles gemeint zu haben, wenn er unmittelbar vor der Argumentation für das Pfeil-Paradox schreibt, daß in einer Zeitstrecke das Bewegte unmöglich gegen etwas ruhen kann (vgl. Phys. Z9. 239b 3). Dadurch wird nahegelegt, daß das Bewegte nur in einem unteilbaren und ausdehnungslosen Jetzt ruhen, bzw. genauer gesprochen, sich nicht bewegen kann. Um jedoch auch das zu widerlegen, diskutiert Aristoteles anschließend das Pfeil-Paradox.

Weiterhin sprechen für die Unteilbarkeit *und* Ausdehnungslosigkeit des Jetzt in (b) und damit auch in (b′) noch zwei Gründe, die F. R. Pickering überzeugend gegen G. Vlastos angeführt hat:[7] Erstens hat der Ausdruck „Jetzt“ für Aristoteles in der „Physik“ gewöhnlich die Bedeutung eines unteilbaren und ausdehnungslosen Zeitpunktes (vgl. Phys. Δ 10. 11. 13 passim Z3. 233b 33–234a 5). (In Z3. 234a 21–22 wird die Teilbarkeit und damit Ausgedehntheit des Jetzt nur angenommen, um sie ad impossibile zurückzuführen.) Die Gegeninstanz aber, die G. Vlastos geltend macht (vgl. Z1.232a 18–19), enthält keine durchschlagende Evidenz dafür, daß das Jetzt unteilbar *und* ausgedehnt ist.

Zweitens steht die Argumentation des Pfeil-Paradoxes (vgl. Z9. 239b 5–7) im engen Zusammenhang mit dem unmittelbar vorangegangenen Kontext (vgl. Z8. 239a 23–239b 4). Dort aber ist das Jetzt eindeutig ausdehnungslos: „Denn es ist weder möglich sich zu bewegen noch zu ruhen im Jetzt, sondern sich nicht zu bewegen, ist wahr in dem Jetzt ...“ (Z8. 239b 1–3). Wenn es aber auch nicht möglich ist, im Jetzt zu ruhen, dann muß es unteilbar *und* ausdehnungslos sein. Denn von der Ruhe eines Dinges können wir nach Aristoteles nur sprechen, wenn dieses Ding während einer Reihe von Jetztpunkten, d. h. während einer Zeitstrecke, am selben Ort ist (vgl. Z8. 239a 27–29, vgl. ferner Z3. 234a 31–234b 9). Da nun die Argumentation des Pfeil-Paradoxes mit dem unmittelbar vorangegangenen Kontext eng zusammenhängt, dürfen wir annehmen, daß das Jetzt in (b) und damit auch in (b′) ebenfalls unteilbar und ausdehnungslos ist.

---

[7] Vgl. Pickering, 1978, S. 254.

Diese Annahme wird dadurch bestätigt, daß Aristoteles dem Gedanken der Ausdehnungslosigkeit des Jetzt in Z9. 239b 7 ja selber Rechnung trägt. Er sagt dort nämlich nicht, daß der bewegte Pfeil ruht, sondern, daß er unbewegt ist. Das wird von F. R. Pickering nicht erwähnt, ist aber wohl das stärkste Indiz dafür, daß Aristoteles mit dem Jetzt von (b) das unteilbare *und* ausdehnungslose Jetzt meint.

Auf Grund dieser Argumente dürfen wir mit praktischer Sicherheit annehmen, daß das Jetzt in (b) und (b′) unteilbar *und* ausdehnungslos ist. Damit sind aber alle Theorien, die das Pfeil-Paradox unteilbare *und* ausgedehnte Zeitatome voraussetzen lassen, widerlegt.

Die ganze aristotelische Argumentation können wir nun folgendermaßen verdeutlichen:

(a) Alles ruht immer, solange es einen Raum einnimmt, der gleich groß ist wie es selbst.

(b) Das Bewegte ist immer im unteilbaren und ausdehnungslosen Jetzt.

(b′) Im unteilbaren und ausdehnungslosen Jetzt nimmt das Bewegte einen Raum ein, der gleich groß ist wie es selbst.

(c) Der bewegte Pfeil ist immer unbewegt.

In (c) haben wir ein „immer“ zur Verdeutlichung eingeführt, da dieser zeitliche Index sowohl in der Prämisse (a) als auch in der Prämisse (b) vorkommt und wir ihn deshalb auch für die Konklusion (c) postulieren dürfen: Das „ist“ in (c) hat offenbar omnitemporalen Charakter. Auf Grund von (a) erwarten wir nun in (c) eigentlich: „Der bewegte Pfeil *ruht* immer.“ Doch ist klar, weshalb Aristoteles nur die schwächere Folgerung zieht, daß der bewegte Pfeil unbewegt ist. Denn unmittelbar vorher hat er ja erklärt, daß es im Jetzt weder möglich ist, sich zu bewegen noch zu ruhen, sondern daß wahr sei, sich nicht zu bewegen... (vgl. Z8.239b 1–2). Da wir nun die Bedeutung von „ruht“ in (a) so verstehen dürfen, daß sie diejenige von „ist unbewegt“ impliziert, wenn auch nicht umgekehrt, können wir die Bewegung von (a) über (b) und (b′) zu (c) als korrekt im Sinne eines plausiblen Räsonnements bezeichnen.

Unnötig ist es dagegen, mit F. R. Pickering zu behaupten, Aristoteles habe einen weiteren Schritt unterdrückt, um (c) zu erreichen, nämlich den, daß sich das bewegende Objekt in jeder atomaren Zeit*periode* im Ruhezustand befinde. Abgesehen davon, daß das nicht nachweisbar ist, erhalten wir schon mit den angeführten vier Schritten ein plausibles Argument. Ebenso unnötig wird es damit, der in (a) formulierten Definition der Ruhe zwei Bedeutungen zuzuschreiben. Auch mit nur einer erhalten wir einen guten Sinn. Auf Grund unserer Arbeitshypothese der Einfachheit müssen wir die unsrige Interpretation bevorzugen. Auch gibt ihre Leistungsfähigkeit im nachhinein der Lesart recht, die W. D. Ross vorgeschlagen hat.

Aber es besteht noch eine Schwierigkeit: Warum schreibt Aristoteles: „Wenn nämlich immer, sagt er, alles *ruht* ..." (Z9. 239b 5–6. Hervorhebung vom Verfasser)? Und warum referiert er die Konklusion des Pfeil-Paradoxes etwas später so: „..., das dritte [Argument] ist das soeben genannte, daß der sich bewegende Pfeil *ruht.*" (Z9. 239b 30. Hervorhebung vom Verfasser)? Nach Aristoteles wäre doch hier nur die Ausdrucksweise „ist nicht bewegt" erlaubt! Die schlichte Antwort läßt sich so geben: Aristoteles referiert ja Zenons Argument. Und es ist höchst wahrscheinlich, daß der historische Zenon den subtilen aristotelischen Gedanken noch nicht gekannt hat, wonach in einem unteilbaren und ausdehnungslosen Jetzt das Bewegte auch nicht ruhen, sondern sich nur nicht bewegen kann. Im Ausdruck „ruht" dürfen wir so ein Relikt aus dem ursprünglichen Zenonischen Wortlaut vermuten. In (c) hat Aristoteles das „ruht" zu einem „ist unbewegt" abgeschwächt, um nicht in Widerspruch mit dem vorangegangenen Abschnitt (vgl. Z9. 239b 1–4) zu geraten. In (a) dagegen, wo er ja noch nicht voraussetzt, daß das Bewegte immer im Jetzt ist, und in Z9. 239b 30 scheint er mit dem „ruht" ohne Pedanterie Zenons Wortlaut aufzunehmen.

Die grundlegenden Voraussetzungen aber, die Aristoteles macht, um Zenon das Pfeil-Paradox zuschreiben zu können, lauten:

(a) Ein Jetztpunkt ist unteilbar und ausdehnungslos.
(b) Eine Zeitstrecke ist kontinuierlich, insofern sie aus einer kontinuierlichen Menge von Jetztpunkten besteht.

Daß Zenon die Zeit aus den Jetzt bestehen läßt, sagt Aristoteles selber (vgl. Z9. 239b 8–9. 31–32), wobei er in 239b 8–9 von den unteilbaren Jetzt und in 239b 31–32 nur von den Jetzt spricht. Daß diese Menge kontinuierlich ist, erhellt aus folgendem: Wären die Jetztpunkte diskret gestreut, so wäre das Bewegte nicht in jedem Zeitpunkt, also nicht immer, im Jetzt, vielmehr gäbe es Lücken. Nach (b) soll aber das Bewegte immer im Jetzt sein. Also muß die Menge der Jetztpunkte kontinuierlich sein. Diese aristotelische Kontinuität impliziert natürlich nur, daß die Menge der Jetztpunkte dicht ist. *Inwiefern* freilich auch noch eine dichte Menge von Punkten Lücken hat, wurde erst eigentlich im späten neunzehnten Jahrhundert erkannt. Wir können diese Einsicht bei Aristoteles noch nicht voraussetzen.[8]

Es ist leicht zu sehen, daß sich die erwähnten Voraussetzungen auch auf den Raum übertragen lassen. Denn ist das Bewegte immer im unteilbaren und ausdehnungslosen Jetzt, so auch (a′) immer in einem unteilbaren und ausdehnungslosen Raumpunkt. Und es ist aus analogen Gründen klar, daß (b′) eine Raumstrecke aus einer kontinuierlichen Menge von Punkten besteht:

---

[8] Vgl. Lee, 1965, S. 563–570.

(a') Ein Raumpunkt ist unteilbar und ausdehnungslos.
(b') Eine Raumstrecke ist kontinuierlich, insofern sie aus einer kontinuierlichen Menge von Jetztpunkten besteht.

Die grundlegenden Voraussetzungen, die das Pfeil-Paradox in der aristotelischen Version macht, sind somit im Prinzip dieselben wie im Dichotomie- und Achilles-Paradox.

4. *Das Stadium-Paradox*

a) Aristoteles' Version

τέταρτος δ' ὁ περὶ τῶν ἐν τῷ σταδίῳ κινουμένων ἐξ ἐναντίας ἴσων ὄγκων παρ' ἴσους, τῶν μὲν ἀπὸ τέλους τοῦ σταδίου τῶν δ' ἀπὸ μέσου, ἴσῳ τάχει, ἐν ᾧ συμβαίνειν οἴεται ἴσον εἶναι χρόνον τῷ διπλασίῳ τὸν ἥμισυν. ἔστι δ' ὁ παραλογισμὸς ἐν τῷ τὸ μὲν παρὰ κινούμενον τὸ δὲ παρ' ἠρεμοῦν τὸ ἴσον μέγεθος ἀξιοῦν τῷ ἴσῳ τάχει τὸν ἴσον φέρεσθαι χρόνον· τοῦτο δ' ἐστὶ ψεῦδος. οἷον ἔστωσαν οἱ ἑστῶτες ἴσοι ὄγκοι ἐφ' ὧν τὰ AA, οἱ δ' ἐφ ὧν τὰ BB ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ μέσου, ἴσοι τὸν ἀριθμὸν τούτοις ὄντες καὶ τὸ μέγεθος, οἱ δ' ἐφ ὧν τὰ ΓΓ ἀπὸ τοῦ ἐσχάτου, ἴσοι τὸν ἀριθμὸν ὄντες τούτοις καὶ τὸ μέγεθος, καὶ ἰσοταχεῖς τοῖς B. συμβαίνει δὴ τὸ πρῶτον B ἅμα ἐπὶ τῷ ἐσχάτῳ εἶναι καὶ τὸ πρῶτον Γ, παρ' ἄλληλα κινουμένων. συμβαίνει δὲ τὸ Γ παρὰ πάντα [τὰ B] διεξεληλυθέναι, τὸ δὲ B παρὰ τὰ ἡμίση· ὥστε ἥμισυν εἶναι τὸν χρόνον· ἴσον γὰρ ἑκάτερόν ἐστιν παρ' ἕκαστον. ἅμα δὲ συμβαίνει τὸ πρῶτον B παρὰ πάντα τὰ Γ παρεληλυθέναι· ἅμα γὰρ ἔσται τὸ πρῶτον Γ καὶ τὸ πρῶτον B ἐπὶ τοῖς ἐναντίοις ἐσχάτοις, [ἴσον χρόνον παρ' ἕκαστον γιγνόμενον τῶν B ὅσον περ τῶν A, ὥς φησιν,] διὰ τὸ ἀμφότερα ἴσον χρόνον παρὰ τὰ A γίγνεσθαι. ὁ μὲν οὖν λόγος οὗτός ἐστιν, συμβαίνει δὲ παρὰ τὸ εἰρημένον ψεῦδος. (Phys. Z 9.239 b 33–240 a 18)

„(a) Das vierte [Argument] ist das bezüglich der im Stadium aus entgegengesetzter Richtung an gleichen vorbeibewegten gleichen Massen, die einen vom Ende des Stadiums, die anderen von der Mitte, mit gleicher Geschwindigkeit. Dabei glaubt er, passiere es, daß die halbe Zeit gleich der doppelten sei.

(b) Der Paralogismus aber steckt in der Forderung, daß die gleiche Größe bei gleicher Geschwindigkeit die gleiche Zeit brauche, wenn sie im einen Fall beim Bewegten, im anderen Fall beim Ruhenden vorbeifahre. Dies aber ist falsch.

(c) Es seien z. B. die ruhenden gleichen Massen AA, die von der Mitte beginnenden BB, gleich an Zahl und Größe mit diesen, die vom Ende CC, gleich an Zahl und Größe mit diesen, und gleich geschwind wie die B's. Es ergibt sich nun, daß das erste B zugleich bei der äußersten [Masse] ist wie das erste C, sich nebeneinander bewegend. Daraus ergibt sich aber, daß das C neben allen B's vorbeigefahren ist, das B aber neben der Hälfte [der A's], so daß die Zeit halb ist. Denn gleich lang ist jedes von beiden neben jedem. Zugleich aber ergibt sich, daß das erste B neben allen C's vorbeigefahren ist. Denn zugleich werden das erste C und das erste B bei den entgegengesetzten äußersten [Massen] sein, weil beide eine gleich lange Zeit neben den A's sind.

(d) Das Argument ist dieses, es beruht aber auf genanntem Irrtum." [9]

Der Übersicht halber haben wir den Text in vier Abschnitte geteilt: (a) statuiert das Paradox, (b) deckt den Paralogismus auf, (c) erläutert das Paradox an einem Beispiel und (d) schließt das ganze Argument mit einem Rückverweis auf den in (b) formulierten Paralogismus ab.

Wenden wir uns zuerst (c) zu, das uns ausführlicher als (a) zeigt, wie Aristoteles das Argument versteht. Um diesen äußerst schwierigen Abschnitt sachgemäß zu deuten, wollen wir Satz für Satz vorgehen. Wir wiederholen ihn deshalb nochmals, indem wir ihn in einzelne Schritte untergliedern:

„(1) Es seien z.B. die ruhenden gleichen Massen AA, die von der Mitte beginnenden BB, gleich an Zahl und Größe mit diesen, die vom Ende CC, gleich an Zahl und Größe mit diesen, und gleich schnell wie die B's.

(2) Es ergibt sich nun, daß das erste B zugleich bei der äußersten [Masse] ist wie das erste C, sich nebeneinander bewegend.

(3) Daraus ergibt sich aber, daß das C neben allen B's vorbeigefahren ist, das B aber neben der Hälfte [der A's], so daß die Zeit halb ist.

(4) Denn gleich lang ist jedes von beiden neben jedem.

(5) Zugleich aber ergibt sich, daß das erste B neben allen C's vorbeigefahren ist.

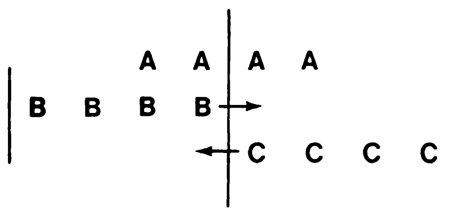
(6) Denn zugleich werden das erste C und das erste B bei den entgegengesetzten äußersten [Massen] sein, weil beide eine gleich lange Zeit neben den A's sind." (Z9. 240a 4–17).

Satz (1) beschreibt die Ausgangsposition. AA sind die ruhenden gleichen Massen, BB und CC die sich bewegenden. Das auf das BB folgende Anakoluth „..., gleich an Zahl und Größe mit diesen, ..." läßt die BB mit den AA an Zahl und Größe gleich sein. Das auf das CC folgende Anakoluth „..., gleich an Zahl und Größe mit diesen, ..." läßt die CC mit den BB wenn nicht sogar mit den AA, an Zahl und Größe gleich sein. Doch da die BB mit den AA und die CC mit den BB an Zahl und Größe gleich sind, folgt ohnehin, daß auch die CC mit den AA an Zahl und Größe gleich sind.

---

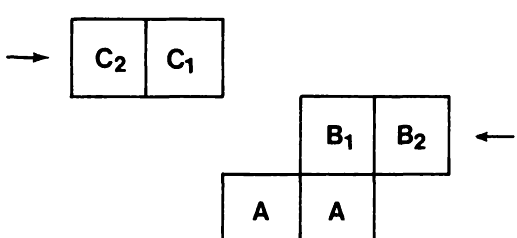
[9] Wir folgen weitgehend Text und Textverständnis von Ross, 1936, S. 416–417, S. 655–666. ἀπὸ μέσου übersetzen wir jedoch nicht mit „vom Wendepunkt", denn die Argumentation Ross's für diese Übersetzung ist nicht überzeugend, wie er ja auch z.T. selber zugibt, vgl. Ross, 1936, S. 663–664. Weiterhin fassen wir in (b) τὸ ἴσον μέγεθος im Unterschied zu Ross u.a. nicht als Objekt auf, sondern als Subjektakkusativ des von αξιοῦν abhängigen AcI. Fassen wir den Ausdruck nämlich als Akkusativ der Ausdehnung auf, der zu ἠρεμοῦν, bzw. κινούμενον gehört, so bleibt die Frage nach dem Subjekt offen. Das von Ross in eckige Klammern gesetzte [τὰ B] (vgl. 239b 11) haben wir aufgenommen, da es gut bezeugt ist. Überzeugend dagegen ist die Begründung Ross's, weshalb ἴσον ...... φησιν (vgl. 239b 15–16) auszuschließen ist, ebenso bei Lee, 1967[2], S. 96. Satz (4) von Abschnitt (c) wird bei Ross, 1936, S. 417, zu Unrecht weggelassen.

Speziell aber haben die C's mit den B's gemeinsam, daß sie sich gleich schnell bewegen. Sie unterscheiden sich aber darin, daß sich die BB von der Mitte aus und die CC vom Ende aus bewegen. Auf Grund des in (a) enthaltenen Anakoluths „..., die einen vom Ende des Stadiums, die anderen von der Mitte, ..." (Z9. 239b 34–35) müssen wir annehmen, daß die BB von der Mitte des Stadiums und die CC vom Ende des Stadiums starten. Denn sonst geraten wir in einen Widerspruch zu diesem Anakoluth. Es ist deshalb falsch, die Ausgangsposition so darzustellen:[10]



Der erste vertikale Strich von links soll den Anfang, der zweite die Mitte und der dritte das Ende des Stadiums bedeuten. Zwar läßt sich diese Darstellung stützen, wenn wir in Z9. 240a 6 statt nur „von der Mitte" „von der Mitte der A's" lesen. Wenn diese Lesart aber nicht dem in (a) enthaltenen Anakoluth „..., die einen vom Ende des Stadiums, die anderen von der Mitte, ..." (Z9. 239b 34–35) widersprechen soll, dann müssen die A's genau in der Mitte des Stadiums liegen. Doch läßt obige Darstellung die C's ebenfalls von der Mitte des Stadiums starten, was einen eindeutigen Widerspruch zur zitierten Stelle bedeutet. Zudem ist es völlig unwahrscheinlich, daß die Massen so groß sind, daß eine Reihe schon eine Hälfte des Stadiums füllt.

Aber auch folgende asymmetrische Darstellung steht im Widerspruch zum aristotelischen Text:[11]

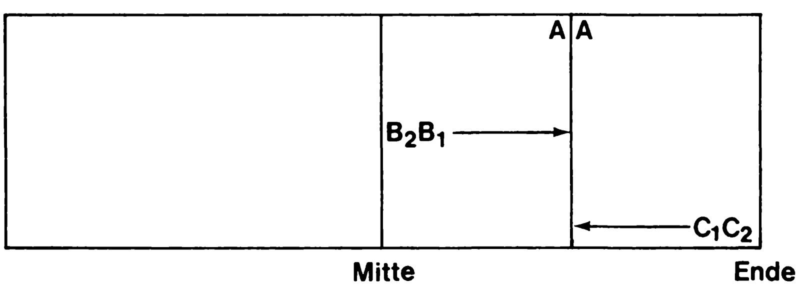


[10] So Lee, 1967[2], S. 85. Diese symmetrische Anordnung ist die Standarddarstellung, die im Prinzip auf Simplicius, vgl. Lee, S. 58–59, zurückgeht. In der neueren Literatur findet sie sich mit kleinen Variationen z.B. bei Furley, 1967, S. 72, Szabó, 1969, S. 400, Fritz, 1978, S. 73, wo sie als selbstverständlich vorausgesetzt wird.

[11] So Barnes, 1979, I, S. 287.

Diese Darstellung steht im Widerspruch mit Satz (2). Denn wie sich aus dieser Ausgangsposition ergeben kann, daß in der zweiten Position das erste B zugleich bei der äußersten Masse, also beim linken A ist wie das erste C beim rechten, ist uneinsehbar. Denn dann müßten sich die C's ja doppelt so schnell wie die B's bewegen. Das aber widerspricht der in (1) formulierten Annahme, daß sich die C's und B's mit gleicher Geschwindigkeit bewegen (vgl. Z9. 240a 8). Zenon aber schon in der Exposition seines Paradoxes ohne zwingenden Grund eine Kontradiktion zu unterschieben, scheint uns nicht sinnvoll, ganz abgesehen davon, daß der Gedankengang von (c) vermutlich nicht von Zenon, sondern von Aristoteles stammt (vgl. S. 23). Zudem starten nach dieser Darstellung die C's auch nicht vom Ende des Stadiums, wie sie nach Z9. 239b 34–35 eindeutig sollten, sondern vom Ende der A's: „and the Cs similarly start ‚from the end [of the As]', " [12]. Diese Interpretation setzt sich mithin zweimal in Widerspruch mit dem aristotelischen Text. Auch die Ergänzung „[of the As]" ist textlich nicht abgestützt.

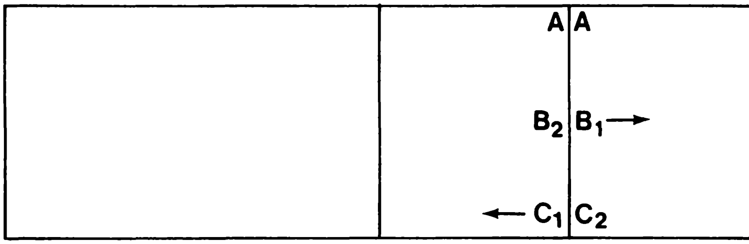
Wir stellen die Ausgangsposition in einer mit dem aristotelischen Text verträglichen Form so dar:



Die A's haben wir in der Mitte der rechten Hälfte plaziert. Denn die nachfolgende Schilderung verlangt, daß sich die A's, B's und C's alle einmal einander gegenüber befinden. Da sich nun die B's und C's auf Grund ihrer gleichen Geschwindigkeit in der Mitte der rechten Hälfte treffen, müssen sich die A's in der Mitte befinden. Die Pfeile zeigen die Richtung der B's und C's an und machen halt, bevor sich die B's und C's kreuzen. Satz (2) beschreibt nun die Situation, in der die B's und C's aneinander in der Weise vorbeifahren, daß das erste B zugleich wie das erste C bei der äußersten Masse ist. Wir dürfen annehmen, daß damit die jeweils äußerste Masse der A's, also das linke bzw. rechte A gemeint ist. Diese Situation läßt sich folgendermaßen veranschaulichen:

---

[12] ebd. S. 288.



Satz (3) folgert, daß das C neben allen B's vorbeigefahren ist, das B aber neben der Hälfte der A's. In der gegebenen Veranschaulichung ist C_1 somit neben den beiden B's vorbeigefahren, B_1 aber nur neben einem A. Daraus folgert Satz (3) weiter, daß die Zeit halb ist. Offensichtlich zieht hier Aristoteles im konkreten Beispiel die schon in (a) ausgesprochene Konsequenz „..., daß die halbe Zeit gleich der doppelten sei." (Z 9. 240a 1). Die Prämisse des Arguments lautet somit, daß C_1 neben allen B's vorbeigefahren ist, B_1 aber neben der Hälfte der A's. Die Konklusion aber lautet, daß die halbe Zeit gleich der doppelten sei. Damit das Argument gilt, braucht es jedoch noch eine Prämisse. Sie läßt sich so formulieren, daß die Zeit, in der C_1 alle B's passiert hat, gleich der Zeit ist, in der B_1 die Hälfte der A's passiert hat. Diese zweite Prämisse scheint Satz (4) zu enthalten.

Satz (4) „Denn gleich lang ist jedes von beiden neben jedem" läßt sich nämlich so verstehen, daß das erste C gleich lang neben den beiden B's ist wie das erste B neben dem A. Die Argumentation besteht dann aus folgenden Schritten:

(α) Das erste C hat alle B's passiert, das erste B aber die Hälfte der A.

(β) Das erste C ist gleich lang neben allen B's wie das erste B neben der Hälfte der A's.

(γ) Die halbe Zeit, die das erste B braucht, um die Hälfte der A's zu passieren, ist gleich lang wie die doppelte Zeit, die das erste C braucht, um alle B's zu passieren.

Zwischen (α) und (β) haben wir aber noch einen stillschweigend vollzogenen Schritt explizit zu machen: (α′) Um alle B's zu passieren, braucht das erste C doppelt soviel Zeit wie das erste B, um die Hälfte der A's zu passieren.

Die ganze Argumentation besteht dann aus vier Schritten:

(α) Das erste C hat alle B's passiert, das erste B aber die Hälfte der A's.

(α′) Um alle B's zu passieren, braucht das erste C doppelt soviel Zeit wie das erste B, um die Hälfte der A's zu passieren.

(β) Das erste C ist gleich lang neben allen B's wie das erste B neben der Hälfte der A's.

(γ) Die halbe Zeit, die das erste B braucht, um die Hälfte der A's zu passieren, ist gleich lang wie die doppelte Zeit, die das erste C braucht, um alle B's zu passieren.

Satz (5) enthält nun eine Umkehrung zum ersten Teil von Satz (3), nämlich: Zugleich ergibt sich, daß das erste B neben allen C's vorbeigefahren ist. Wie der erste Teil von Satz (3) steht damit auch Satz (5) im Gegensatz zum zweiten Teil von Satz (3), wonach das (erste) B neben der Hälfte der A's vorbeigefahren sein soll. Daraus ergibt sich wieder dieselbe Folgerung, daß die Zeit halb ist. Das aber dürfen wir analog so verstehen, daß die halbe Zeit, die das erste B braucht, um die Hälfte der A's zu passieren, gleich lang ist wie die doppelte Zeit, die es braucht, um alle C's zu passieren. Satz (5) enthält somit eine Prämisse, die richtig eingesetzt zur selben Konklusion führt wie Satz (3), nämlich daß die Zeit halb ist. Satz (5) hat also die Funktion, die Konklusion des Satzes (3) von einer anderen Prämisse her zu bestätigen. Die ganze Argumentation läßt sich dann analog so formulieren:

(α') Das erste B hat alle C's und die Hälfte der A's passiert.

(α'') Um alle C's zu passieren, braucht das erste B doppelt soviel Zeit wie um die Hälfte der A's zu passieren.

(β') Das erste B ist gleich lang neben allen C's wie neben der Hälfte der A's.

(γ') Die halbe Zeit, die das erste B braucht, um die Hälfte der A's zu passieren, ist gleich lang wie die doppelte Zeit, die es braucht, um alle C's zu passieren.

Satz (6) bietet nun die eigentliche Begründung für die in (α') und (α'') enthaltenen Voraussetzungen, daß das erste C alle B's passiert und umgekehrt das erste B alle C's: Das erste C und das erste B sind deshalb zugleich bei den äußersten Massen, weil beide eine gleich lange Zeit neben den A's sind.

Der Abschnitt (d) „Das Argument ist dieses, es beruht aber auf genanntem Irrtum" bezieht sich auf den in (b) formulierten Paralogismus zurück. Danach besteht der Trugschluß in der Forderung, daß die gleiche Größe bei gleicher Geschwindigkeit die gleiche Zeit brauche, wenn sie im einen Fall beim Bewegten, im anderen Fall beim Ruhenden vorbeifahre. Der Paralogismus liegt also in (γ) bzw. (γ') von unserer Rekonstruktion. Er beruht damit auf einem trivialen Trugschluß.

Es ist deshalb eine naheliegende – auf P. Tannery zurückgehende – Vermutung, daß das Stadium-Paradox in dieser Form nicht von Zenon stammt, sondern auf ein aristotelisches Mißverständnis zurückgeht.

Das eigentliche Argument Zenons aber sei ein ganz anderes gewesen. Zenon habe nämlich mit ihm gegen einen angeblich pythagoreischen Atomismus protestieren wollen. G. Vlastos faßt diese alternative Interpretation konzis so zusammen:

> "..., blocks A, B, and C would stand for indivisibles and the reasoning would prove that B, traversing an atomic quantum of length q_s relatively to A in an atomic quantum of time q_t, would traverse length q_s in $q_t/2$ relatively to C, thereby dividing a supposed indivisible." [13]

[13] Vlastos, 1967, S. 375.

Zwar macht diese Interpretation aus dem Stadium ein nichttriviales Paradox, doch findet sie weder bei Aristoteles noch vor Aristoteles irgendeine textliche Stütze.[14] Zudem ist völlig unwahrscheinlich, daß Zenon sich mit dem Stadium gegen einen angeblich pythagoreischen Atomismus wandte.[15]

In Anerkennung dieser Sachlage hat sich nun David J. Furley darum bemüht, aus dem aristotelischen Text doch noch ein nichttriviales Paradox herauszulesen. Nach ihm soll Zenon folgendermaßen argumentiert haben:

> "Zeno's argument was this. As the B's move past the A's, each B' is opposite to each A for a certain time (call it m). Each Γ is also opposite to each A for the same time m, since the B's and the Γ 's are moving et equal speeds. It follows that each Γ must be opposite to each B for the same time, *since they are both opposite to an A for this time.* Now the leading Γ passes all the B's in $4m$ (since it 'is opposite to' each of the four for m): this Γ has been at it for $4m$. Meanwhile, though, the leading B has passed only two A's: it has only been at it for $2m$. So the time ($4m$) is half ($2m$): $t = t/2$. We have now proved that the time t is only $2m$: but during this time the leading B has passed all four Γ 's–$4m$ again. So the time ($2m$) is double ($4m$): $t = 2t$."[16]

David J. Furley bezieht sich damit auf eine Darstellung des Stadium-Paradoxes durch vier A's, B'S und Γ's bzw. C's, wie wir sie im Schaubild H. D. P. Lee's finden (vgl. S. 16). Im Resultat ist die damit vorgeschlagene Interpretation des aristotelischen Argumentes prinzipiell dieselbe wie die unsrige, obwohl sie auf einer anderen Lesart basiert. David J. Furley sagt denn auch, daß es kein zwingendes Argument ist, glaubt ihm aber doch genügend Plausibilität zuerkennen zu dürfen, um mit einigen anderen Argumenten Zenons ebenbürtig zu sein.

Allein mit den analysierten drei Paradoxien der Bewegung wenigstens kann das Stadium-Paradox in dieser Interpretation unmöglich an Einfachheit, Kraft und Tiefe konkurrieren. Das zeigt sich u. a. schon an folgendem: Bei den analysierten drei Paradoxien fühlen wir, daß sie einen Fehler enthalten; zugleich haben wir aber die größte Mühe, ihn auch begrifflich genau zu lokalisieren. Beim Stadium aber fühlen wir den Fehler und können ihn auch begrifflich ohne weiteres genau lokalisieren. In der Interpretation David J. Furleys beruht er auf folgendem Trugschluß:

> "The essential step is that since a B and a Γ are opposite to the same A for the same time, they must be opposite to each other that time; and this is fallacious."[17]

Dieser Trugschluß führt uns aber auf den von Aristoteles aufgedeckten Paralogismus zurück, und zwar handelt es sich um die Annahme, daß die gleiche Größe bei gleicher Geschwindigkeit die gleiche Zeit brauche, wenn sie im einen Fall beim Bewegten, im andern Fall beim Ruhenden vorbeifahre. Denn wenn ein B und ein Γ

---

[14] Vgl. Vlastos, ebd., Barnes, 1979, I, S. 291.

[15] Vgl. Anmerkungen zu III, Anm. 3.

[16] Furley, 1967, S. 74–75.

[17] ebd. S. 75.

einem A gegenüber sind, dann sind sie einem Ruhenden gegenüber. Wenn aber ein B und ein Γ einander gegenüber sind, dann einem Bewegten. Der Trugschluß ist also trotz David J. Furleys Bevorzugung einer statischen Redeweise im Prinzip derselbe wie der von Aristoteles aufgedeckte. Dieser aber ist trivial.

Auf der Basis von David J. Furleys Interpretation hat nun J. Immerwahr versucht, aus der Konklusion des Stadiums ein zwingendes Argument zu machen.[18] Sein Grundgedanke ist dabei der: Die Zenonische Konklusion, daß die halbe Zeit gleich der ganzen ist, läßt sich auf die Formel bringen m = 2m, wobei m das Zeitintervall ist, während dessen A und B einander exakt gegenüber stehen. (J. Immerwahr beschränkt sich aus Gründen der Einfachheit auf nur je eine Masse.) Sodann versucht er zu zeigen, daß m auch das Zeitintervall ist, während dessen sich A und C sowie B und C exakt gegenüberstehen. Da nun aber nach J. Immerwahr dieses Zeitintervall nur einen Augenblick lang dauert, mithin gar kein Zeit*intervall* ist, ergibt sich so zwar die Richtigkeit der Formel m = 2m und damit auch der Zenonischen Konklusion, doch handelt es sich dann auch nicht mehr um ein Paradox. Denn im Grenzfall von m = 0 ist m = 2m natürlich wahr, aber als paradox kann das nicht bezeichnet werden. So geistreich denn J. Immerwahrs Versuch auch ist, – es gelingt ihm nicht, aus dem Stadium eine echte Schwierigkeit zu machen.

Der neueste Versuch, im Stadium unter Wahrung des aristotelischen Wortlautes ein authentisches Problem zu finden, stammt von J. Barnes. Er geht dabei von der Annahme aus, daß der Begriff der Bewegung eng mit den beiden Kontinua von Raum und Zeit verbunden ist. Dieser Begriff aber impliziere folgende beiden Sätze:

"(1) If *a* moves past a sequence of *n* *F*s and each *F* is *k* units long, then *a* moves *nk* units.
(2) If *a* moves for a period of *T* units at a constant speed of *j* u. p. u., and covers *m* units in that time, then *T* = *m*/*j* units."[19]

Indem nun J. Barnes für „a" „B_1" einsetzt, wendet er diese beiden Aussagen auf das Stadium-Paradox an. Die Anwendung aber führe zu einem Widerspruch zwischen diesen beiden Aussagen: "For the passage of B_1 past the single *A* gives $T = 1k/j$. And the passage of B_1 past the two *C*s gives $T = 2k/j$."[19] Die Lösung des Widerspruches sieht J. Barnes in der Erkenntnis, daß Bewegung relativ ist. (1) muß nach ihm also folgendermaßen umformuliert werden:

"(1*) If *a* moves past a sequence of *n* *F*s and each *F* is *k* units long, then relative to those *F*s *a* moves *nk* units."[20]

Haben wir nun die Relativität der Bewegung erkannt, wie sie (1*) ausdrückt, so verschwindet auch der Widerspruch zwischen (1) und (2). Denn etwas kann sich bewegen relativ auf ein Ding, während es ruht relativ auf ein anderes.

---

[18] Vgl. Immerwahr, 1978, S. 22–26.
[19] Barnes, 1979, I, S. 291.
[20] Barnes, ebd. S. 293.

Es ist anzuerkennen, daß diese Rekonstruktion aus dem Stadium ein Argument „of some significance" macht. Doch „most ingenious" ist es wenigstens nach unserer Wertung nicht. Dazu scheint uns die Argumentation zu kompliziert, der Trugschluß aber zu banal zu sein. Da nach unserer Arbeitshypothese Zenons Paradoxien der Bewegung einfach, kraftvoll und tief sind, können wir uns auch mit J. Barnes Emendation nicht zufriedengeben.

b) Zenons Intuition

Im folgenden schlagen wir eine radikale Alternative zu den bisherigen Interpretationen vor. Dazu gehen wir von einer Frage aus, die sich so formulieren läßt: Welcher der vier Abschnitte des Stadiums in der aristotelischen Version enthält am ehesten noch authentisches Gedankengut Zenons? Sicher weder (b) noch (d). Denn (b) statuiert den Paralogismus und (d) bezieht sich nochmals auf ihn zurück. Daß aber Zenon zu seinem Stadium-Paradox gleich noch die Lösung mitgeliefert hat, ist nicht anzunehmen. Sie stammt vielmehr von Aristoteles. Doch scheint uns auch Abschnitt (c) kein echtes Gedankengut Zenons zu enthalten, sondern aristotelischer Herkunft zu sein. Das läßt sich durch inhaltliche und formale Gründe plausibel machen.

Inhaltlich gesehen, weist dieser Abschnitt weder eine Verwandtschaft mit den anderen Paradoxien der Bewegung noch mit denen der Vielheit auf. Denn der im Text selbst belegte Gedankengang hat weder etwas mit der Kontinuität von Raum- und Zeitstrecke noch etwas mit der Unteilbarkeit und Ausdehnungslosigkeit von Raum- und Zeitpunkt zu tun. Alle anderen Paradoxien der Bewegung und der Vielheit aber befassen sich in irgendeiner Form mit diesen Problemen. Zudem kann der belegte Gedankengang nicht sinnvoll als Paradox bezeichnet werden, basiert er doch auf einem wohl auch für die Begriffe der damaligen Zeit trivialen Trugschluß. Daß aber der Erfinder so ingeniöser Paradoxien, wie es die bereits analysierten drei sind, einen so trivialen Trugschluß vorlegt, ist eine methodisch unfruchtbare Annahme. Viel wahrscheinlicher ist, daß Aristoteles das Stadium gründlich mißverstanden hat. Denn es ist ja bekannt, wie sehr Aristoteles seine Vorgänger gegebenenfalls mißverstehen konnte. Was aber Zenon anbetrifft, so schreibt H. Cherniss:

> "Whether or not the Aristotelian explanation of continuity is sound and sufficient, the analysis of Zeno's arguments mistakes their purpose, and the specific criticism of them lacks depth and appropriateneness."[21]

Ob diese Erklärung für die ersten drei Paradoxien der Bewegung zutrifft, bleibe dahingestellt. Was aber das Stadium angeht, scheint sie uns ins Schwarze zu treffen, wenn auch aus anderen Gründen als denen, die H. Cherniss anführt.[22] Erleichtert

[21] Cherniss, 1935, S. 161, zitiert ohne Fußnote.

[22] ebd. S. 160.

wurde Aristoteles das Mißverstehen wohl noch dadurch, daß das Stadium vermutlich nicht anders als die uns z.T. wörtlich überlieferten Paradoxien der Vielheit durchaus mißverständlich formuliert war. Denn die lapidare Art, in der Zenon seine Paradoxien der Vielheit formuliert, mag zwar auf einen Genius hindeuten, lädt jedoch zu Mißverständnissen eher ein als ihnen vorzubeugen.

Formal gesehen, aber ist der Abschnitt (c) unverhältnismäßig lang. Keine der anderen Paradoxien der Bewegung und der Vielheit ist so lang wie diese. Vielmehr sind sie erstaunlich kurz. Auch das deutet darauf hin, daß (c) von Aristoteles stammt. Ferner leitet Aristoteles (c) mit einem „Es seien z.B...., (Z9.240a4) ein, was eine typisch aristotelische Redeweise ist. Zudem gebraucht Aristoteles zum Zweck der leichteren Exemplifikation Buchstaben zur Bezeichnung der Massen. Die abkürzende Verwendung von Buchstaben ist aber ebenfalls typisch aristotelisch und bei den Eleaten noch nicht nachweisbar. Schließlich sind auch das sich dreimal wiederholende συμβαίνει (vgl. Z9. 240a 9. 10. 13) und die Substantivierung eines ganzen Nebensatzes (vgl. ebd. 15–16) Merkmale aristotelischen Stils.

Diese inhaltlichen und formalen Gründe machen die Vermutung plausibel, daß (c) nicht ein Zenonisches Argument ist, sondern ein aristotelischer Versuch, aus dem Zenonischen Argument Sinn zu machen. Als am ehesten noch Zenonischen Ursprungs bleibt somit nur Abschnitt (a) übrig, wenn auch (a) *ebenfalls* aristotelisch gefärbt sein mag (vgl. S.30).

Doch führt nicht dieser Abschnitt zwingend zur aristotelischen Exemplifikation in (c)?

Nein: Dieser Abschnitt läßt sich nämlich ganz anders verstehen, als ihn Aristoteles in (b) und (c) verstanden hat. Wiederholen wir ihn dazu nochmals:

„Das vierte Paradox ist das bezüglich der im Stadium aus entgegengesetzter Richtung an gleichen vorbeibewegten gleichen Massen, die einen vom Ende des Stadiums, die anderen von der Mitte, mit gleicher Geschwindigkeit. Dabei glaubt er, passiere es, daß die halbe Zeit gleich der doppelten sei.“ (Z9. 239b 33–240a 1).

Alle bisherigen Interpretationen von Aristoteles bis zu J.Barnes verstehen diese Argumente so, daß drei Gruppen von Massen vorhanden sind und sich zwei davon aus entgegengesetzter Richtung an einer ruhenden dritten vorbeibewegen. Abgesehen davon, daß keine dieser Interpretationen ein durchschlagendes Paradox ergibt, haben aber alle mit folgender Schwierigkeit zu kämpfen, wenn sie ihre Interpretation mit den aristotelischen Textgrundlagen in Einklang bringen wollen: Es gelingt ihnen nicht, die funktionale Notwendigkeit dessen darzutun, daß die eine der vorbeibewegten Massen von der Mitte, die andere vom Ende des Stadiums startet (vgl. Z9. 239b 34–35). So meint z.B. H.D.P.Lee mit R.K.Gaye, daß die Mitte des Stadiums auch die Mitte der A's sei (vgl. die Abbildung S.16).[23] Danach müßte eine

[23] Lee, 1967^2, S. 90.

Reihe der Massen aber schon eine Hälfte des Stadiums füllen, was realiter kaum nachvollziehbar ist. Zudem würden dann auch die C's in der Mitte beginnen, eine Überlegung, die im Widerspruch zum aristotelischen Text steht (vgl. Z9. 240a 7). Im Bewußtsein dieser Schwierigkeiten meint W.D.Roß, daß mit der Mitte des Stadiums der Wendepunkt eines (dann elliptischen oder kreisförmigen) Areals gemeint sei.[24] Doch muß er zugeben, daß auch diese Interpretation problematisch ist: Denn der gewöhnliche Name für den Wendepunkt eines solchen Stadiums (δίαυλος) lautet „καμπτῆρες". Er muß weiter zugeben, daß der δίαυλος nur eines von vielen Rennen war, und ein Ende der Rennbahn, wenn nur eine Runde gelaufen wurde, nicht Mitte genannt werden konnte. Er akzeptiert denn auch diese Interpretation nur faute de mieux. Nach H.D.P.Lee's und W.D.Roß's nicht überzeugenden Behandlungen dieser Frage ist aber u.W. nichts Entscheidendes mehr dazu geschrieben worden. Die neueren Interpreten David J.Furley, Th.G.Sinnige, K.v.Fritz, J.Immerwahr, J.Barnes u.a. diskutieren das Problem nicht[25] und Äußerungen wie die folgende H. Wagners zum Stadium überhaupt helfen uns auch nicht weiter, wiewohl sie vielleicht einem Grundtenor der Kommentatoren entsprechen.

> „Viele und große Interpretationskunst von Anfang bis heute ist an diesen Abschnitt gewendet worden und doch ist nichts wirklich und allseitig Befriedigendes dabei erzielt worden. Was mich angeht, so strecke ich nach dem Studium fremder Versuche und nach eigenen Versuchen rundweg die Waffen."[26]

Man muß freilich H.Wagner zugestehen, daß das Stadium zu den auch textlich schwierigsten Stellen der „Physik" gehört.

Aber auch zu den inhaltlich interessantesten und modernsten. Denn im folgenden soll eine radikale Alternative zu den bisherigen Interpretationen von (a) entwickelt werden, welche die diskutierte Schwierigkeit löst und zugleich aus dem Stadium ein einfaches, kraftvolles und tiefes Paradox macht.

Dazu brauchen wir nicht mehr anzunehmen, daß drei Gruppen von Massen vorhanden sind. Denn weder steht in (a) geschrieben, daß die Massen Zweier-, Dreier- oder Vierergruppen bilden noch daß sie drei Gruppen bilden. Wir lesen nur: „Das vierte Paradox ist das bezüglich der im Stadium aus entgegengesetzter Richtung an gleichen vorbeibewegten gleichen Massen, die einen vom Ende des Stadiums, die anderen von der Mitte, mit gleicher Geschwindigkeit." (Z9. 239b 33–35). Mit „an gleichen vorbeibewegten gleichen Massen" müssen nicht drei Gruppen von Massen, eine ruhende und zwei bewegte, gemeint sein. Der Ausdruck läßt sich auch so verstehen, daß sich zwei Massengruppen aneinander vorbeibewegen. Denn

---

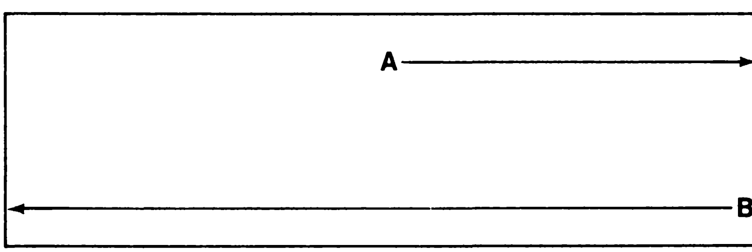
[24] Ross, 1936, S. 663–664.

[25] Vgl. Furley, 1967, S. 72–75; Sinnige, 1968, S. 99–101; Fritz, 1978, S. 72–74; Immerwahr, 1978, S. 22–26; Barnes, 1979, I, S. 285–294.

[26] *Wagner, 1972², S. 639.*

sind die beiden Massengruppen einander gleich, so bewegen sie sich offensichtlich an gleichen Massengruppen vorbei, wenn sie sich aneinander vorbeibewegen. In Übereinstimmung mit unserer Arbeitshypothese der Einfachheit sind wir sogar verpflichtet, diese Annahme zu machen, da sie wesentlich einfacher als die traditionelle, auf Aristoteles zurückgehende ist.

Diese beiden Massengruppen bewegen sich nun aus entgegengesetzter Richtung, die eine von der Mitte, die andere vom Ende des Stadiums aus. Eine zusätzliche Annahme findet sich nur noch in Gestalt der Hypothese gleicher Geschwindigkeit. Sie wird durch die der Gleichheit der Massengruppen unterstützt. Denn wäre die eine z.B. doppelt so voluminös und schwer wie die andere, so wäre anzunehmen, daß sie sich auch langsamer bewegt, insofern die Pferde bei gleicher wirkender Kraft mehr zu ziehen hätten. Nennen wir nun die Massen*gruppe*, die von der Mitte des Stadiums startet, der Einfachheit halber A, diejenige, welche vom Ende, B. Nehmen wir weiter an, daß B vom rechten Ende startet. Dann ergibt sich folgendes Schaubild:



Offensichtlich braucht nun A, um ans rechte Ende des Stadiums zu gelangen, halb so viel Zeit wie B, um ans linke Ende zu gelangen, also $t_A = t_B/2$ oder $t_B = 2t_A$. Denn A und B bewegen sich ja gleich schnell. Zenons paradoxe These aber lautet, daß die halbe Zeit gleich der doppelten sei. Auf die Zeiten angewandt, die A und B brauchen, heißt das: $t_A = t_B$. Das aber läßt sich rechtfertigen, indem wir einen ingeniösen Gedanken A. Szabós aufnehmen, der von K. v. Fritz, J. Immerwahr, J. Barnes u.a. völlig übersehen wurde.[27] Unglücklicherweise wendet A. Szabó ihn allerdings auf (c) an, wo er sich nicht überzeugend einflechten läßt. Denn auch A. Szabó kann sich nicht von der Vorstellung befreien, daß das eigentlich Zenonische Argument irgendwie in (c) enthalten sein muß und (c) mithin nicht bloß eine aristotelische Interpretation von (a) ist. Befreien wir uns aber von dieser Vorstellung und wenden den Einfall A. Szabós mutatis mutandis auf (a) an, so gibt er einen durchschlagenden Grund dafür ab, weshalb Zenon zur paradoxen These $t_A = t_B$ kam: A muß, um ans rechte Ende des Stadiums zu gelangen, eine Zeitstrecke von unendlich vielen Zeitpunkten

[27] Szabo, 1969, S. 404–406.

durcheilen. Denn wenn Zenon freilich in der aristotelischen Version des Pfeil-Paradoxes angenommen hat, daß eine Zeitstrecke aus unendlich vielen unteilbaren und ausdehnungslosen Zeitpunkten besteht, so könnte er diese oder wenigstens eine äquivalente Annahme auch im Stadium gemacht haben. Offensichtlich handelt es sich dabei um eine abzählbar unendliche Menge. Denn nicht abzählbar unendliche Mengen waren weder Zenon noch Aristoteles bekannt. B aber muß, um vom einen Ende des Stadiums zum anderen zu gelangen, ebenfalls eine Zeitstrecke durchlaufen, die aus unendlich vielen unteilbaren und ausdehnungslosen Zeitpunkten besteht. Dabei macht es grundsätzlich keinen Unterschied, ob sich B vom linken zum rechten oder vom rechten zum linken Ende des Stadiums bewegt, was ohnehin standortbedingte Unterschiede sind.

Zenon dürfte nun folgendermaßen überlegt haben: Bei zwei unendlichen Mengen von Zeitpunkten läßt sich nicht mehr sagen, daß die eine doppelt so groß wie die andere ist. Denn es wäre ein Trugschluß, Beziehungen, die für endliche Mengen definiert sind, tale quale auf unendliche Mengen zu übertragen. Da nun beide Zeitstrecken eine unendliche Menge von Zeitpunkten enthalten, dürfte Zenon gefolgert haben, daß sie beide gleich groß, nämlich unendlich groß sind. Also, folgert er weiter, ist die halbe Zeit, die A braucht, gleich der doppelten [oder ganzen] Zeit, die B braucht: $t_A = t_B$.

Es ist leicht zu sehen, daß sich dieses Paradox auch auf die Raumstrecken ausdehnen läßt, die A und B durchlaufen. Nach derselben Überlegung läßt sich nämlich auch sagen, daß die Raumstrecke, die A durchläuft, gleich groß ist wie die Raumstrecke, die B durchläuft. So kann ja auch G. Galilei in den „Discorsi" einem der Dialogpartner in den Mund legen:

„Hier wird sofort ein wie mir scheint unwiderlegbares Bedenken wachgerufen; da wir nämlich sicherlich Linien ungleicher Länge haben können, die unendlich viele Punkte enthalten sollen, so müssen wir bekennen, daß wir in derselben Gattung Dinge finden können, die größer sind, als ein Unendliches; denn die Unendlichkeit der Punkte der größeren Linien wird doch größer sein als die Unendlichkeit der Punkte der kleineren. Also ein Unendliches größer als das Unendliche, das scheint mir in keiner Weise begreifbar." [28]

Verallgemeinert läßt sich sagen: Zenon hat mit seinem Stadium-Paradox den späteren Gedanken des neunten Euklidischen Axioms, wonach das Ganze größer als der Teil ist, bei unendlichen Mengen geleugnet. Denn jeder noch so kleine Teil einer abzählbar unendlichen oder dichten Punktmenge enthält ebenfalls eine unendliche Menge von Punkten und ist insofern nach der Zenonischen Überlegung mit dem Ganzen gleich. Wie schon im Achilles hat es Zenon eben auch im Stadium bevorzugt, eine allgemeine Wahrheit nicht allgemein auszusprechen, sondern an einem konkreten und dramatischen Beispiel aufzuzeigen.

---

[28] Galilei, 1973, S. 30.

Daß das Stadium in dieser Interpretation aber keineswegs auf einem trivialen Trugschluß beruht, erhellt aus folgendem: Mit der dem Stadium zugrundeliegenden These, daß bei unendlichen Mengen der Teil gleich dem Ganzen ist, antizipiert Zenon ein Merkmal aktual unendlicher Mengen, das – von vereinzelten Aperçus abgesehen – erst im neunzehnten Jahrhundert durch B. Bolzano, G. Cantor und R. Dedekind wiederentdeckt und systematisch verfolgt wurde. So schreibt B. Bolzano:

„Übergehen wir nun zur Betrachtung einer höchst merkwürdigen Eigenheit, die in dem Verhältnisse zweier Mengen, *wenn beide unendlich sind,* vorkommen kann, ja eigentlich immer vorkommt, die man aber bisher zum Nachteil für die Erkenntnis mancher wichtigen Wahrheiten der Metaphysik sowohl als Physik und Mathematik übersehen hat, [?] und die man wohl auch jetzt, indem ich sie aussprechen werde, in einem solchen Grade paradox finden wird, daß es sehr nötig sein dürfte, bei ihrer Betrachtung uns etwas länger zu verweilen. Ich behaupte nämlich: zwei Mengen, die beide unendlich sind, können in einem solchen Verhältnis zueinander stehen, daß es *einerseits* möglich ist, jedes der einen Menge gehörige Ding mit einem der anderen zu einem Paare zu verbinden mit dem Erfolge, daß kein einziges Ding in beiden Mengen ohne Verbindung zu einem Paare bleibt, und auch kein einziges in zwei oder mehreren Paaren vorkommt: und dabei ist es doch *andererseits* möglich, daß die eine dieser Mengen die andere als einen bloßen *Teil* in sich faßt, so daß die Vielheiten, welche sie vorstellen, wenn wir die Dinge derselben alle als gleich, d. h. als Einheiten betrachten, die *mannigfaltigsten Verhältnisse* zueinander haben." [29]

Von B. Bolzanos Beweis für „diese höchst merkwürdige Eigenheit" können wir absehen. Ebenso können wir davon absehen, daß er irrtümlicherweise die eineindeutige Beziehung zweier Mengen nicht als Grund ihrer Gleichzahligkeit ansieht, wie er in den folgenden §§ 21–23 auseinandersetzt. Doch können wir B. Bolzanos Beschreibung dieser Eigenheit als eine treffende Erläuterung von Zenons These verstehen, daß die halbe Zeit gleich der doppelten, bzw. der Teil gleich dem Ganzen ist. Denn einerseits ist es möglich, jeden Punkt der unendlichen Menge von Zeitpunkten, die A zu durchlaufen braucht, um ans rechte Ende des Stadiums zu gelangen, mit einem der unendlichen Menge von Zeitpunkten, die B zu durchlaufen braucht, um ans linke Ende zu gelangen, zu einem Paare zu verbinden. Andererseits läßt sich sagen, daß die Zeitstrecke, die A braucht, ein Teil, und zwar die Hälfte der Zeitstrecke ist, die B braucht.

Es ist klar, daß B. Bolzano im obigen Zitat aktual unendliche Mengen oder, mit G. Cantor zu sprechen, eigentlich unendliche Mengen meint. Diese eineindeutige Zuordnung zu Paaren, die hier B. Bolzano bei unendlichen Mengen annimmt, läßt sich in G. Cantors Terminologie so formulieren, daß die beiden Mengen dieselbe Mächtigkeit haben oder äquivalent sind. Denn bei den endlichen Mengen gilt zwar

[29] Bolzano, 1975, S. 27–28.

nach G. Cantor: „‚*Jede endliche Menge E ist so beschaffen, daß sie mit keiner von ihren Teilmengen äquivalent ist.*'"[30]. Bei den transfiniten aber gilt: „‚*Jede transfinite Menge T ist so beschaffen, daß sie Teilmengen T_1 hat, die ihr äquivalent sind.*'"[31] Dieser von G. Cantor bewiesene Satz enthält in nuce denselben Gedanken, den B. Bolzano in obigem Zitat entwickelt hat. In G. Cantors Redeweise läßt sich nun Zenons Paradox, daß die halbe Zeit gleich der doppelten ist, so formulieren: Die unendliche Menge von Zeitpunkten, die A braucht, um ans rechte Ende des Stadiums zu gelangen, ist von gleicher Mächtigkeit wie oder äquivalent mit der unendlichen Menge von Zeitpunkten, die B braucht, um ans linke Ende zu gelangen. Gleichzeitig aber ist die Menge der Zeitpunkte, die A braucht, eine Teilmenge der Zeitpunkte, die B braucht. Denn das achte Euklidische Axiom gilt im allgemeinen nicht mehr, sobald es sich um *aktual unendliche* Mengen handelt.[32]

Die erwähnte Eigenschaft transfiniter Mengen ist nun von R. Dedekind in seiner berühmten Schrift „Was sind und was sollen die Zahlen?" zur Definition des Unendlichen verwendet worden: „Ein System S heißt *unendlich,* wenn es einem echten Teile seiner selbst ähnlich ist (32); im entgegengesetzten Falle heißt S ein *endliches* System."[33] Mit der Ähnlichkeit meint R. Dedekind im Prinzip dasselbe wie G. Cantor mit der Gleichmächtigkeit oder Äquivalenz. Diese Einsichten G. Cantors und R. Dedekinds gehören aber heute in formalisierter Form zum akzeptierten Bestand der Mengenlehre.

Mit seiner Behauptung, daß die halbe Zeit gleich der doppelten ($t_A = t_B$), bzw. der Teil gleich dem Ganzen ist, hat also Zenon – richtig qualifiziert verstanden – recht. Gleichzeitig aber bleibt auch die These, daß $t_A = t_B/2$ oder $2t_B = t_A$ ist, in ihrem Recht bestehen. Denn es ist so offenkundig wie, daß Achilles die Schildkröte einholt: Unter den gegebenen Voraussetzungen braucht B doppelt so viel Zeit wie A, um ans Ende des Stadiums zu gelangen.

Das also scheint uns das Stadium-Paradox zu sein. Und wie bei den anderen Paradoxien der Bewegung liegt auch hier keineswegs auf der Hand, wie dieses Paradox zu widerlegen ist (vgl. S. 47–48). Kann es nicht vielmehr an Einfachheit, Kraft und Tiefe mit dem berühmtesten der anderen Paradoxien der Bewegung, dem Achilles, konkurrieren?

Zudem paßt es in den Rahmen der anderen Paradoxien der Bewegung insofern hinein, als es dieselben Voraussetzungen macht. Denn offenkundig setzt es voraus, daß ein Zeitpunkt unteilbar und ausdehnungslos ist, eine Zeitstrecke aber ein Kontinuum im Sinne einer (abzählbar) unendlichen Menge von Zeitpunkten

---

[30] Cantor, 1932, S. 295.

[31] ebd.

[32] Vgl. ebd. S. 416–417.

[33] Dedekind, 1932, S. 356.

bildet. Da es sich aber ohne weiteres auch auf den Raum übertragen läßt, setzt es in der räumlichen Fassung voraus, daß ein Raumpunkt unteilbar und ausdehnungslos ist und eine Raumstrecke ein Kontinuum im Sinne einer (abzählbar) unendlichen Menge von Raumpunkten bildet.

Doch wird man vielleicht einwenden: Zugegebenermaßen macht diese Interpretation aus dem Stadium ein nichttriviales Paradox. Aber projizieren wir damit nicht einen Gedanken in es, der erst im neunzehnten Jahrhundert entwickelt wurde und für das fünfte Jahrhundert v. Chr. viel zu ingeniös ist? Dürfte es nicht historisch viel wahrscheinlicher sein, daß Zenon im Stadium nur durch die Relativität der Bewegung irritiert wurde? So schreibt etwa N. Booth:

> "Zeno was perhaps the first to bring theorising about time and motion into the Stadium. This in itself was a great achievement; it is not to be wondered at if Zeno, in first introducing this kind of theorising, made what appears to us to be an elementary blunder about relative motion."[34]

Doch abgesehen davon, daß es schon methodisch unfruchtbar ist, mit N. Booth u. a. anzunehmen, daß Zenon im Stadium einen „elementary blunder" macht, müssen wir obigem Verdacht aus textlichen Gründen entschieden entgegentreten: Wir können durch textliche Evidenzen nachweisen, daß der dem Stadium zugrundeliegende Gedanke schon im fünften Jahrhundert v. Chr. zumindestens in nuce bekannt war. Das dritte Fragment des Anaxagoras lautet nämlich:

> „(a) Denn weder gibt es beim Kleinen ja ein Kleinstes, sondern stets ein *noch* Kleineres (denn es ist unmöglich, daß das Seiende [durch Teilung?] zu sein aufhöre) – aber auch beim Großen gibt es immer ein Größeres. (b) Und es ist dem Kleinen an Menge gleich; für sich ist aber jedes *Ding* sowohl groß wie klein." (D/K. B 3).

(a) statuiert die unendliche Teilbarkeit des Seienden im Kleinen und dessen unendliche Ausdehnung im Großen. (b) aber enthält die uns hier allein interessierende These „Und es ist dem Kleinen an Menge gleich". Wir glauben diese These folgendermaßen deuten zu dürfen: Weil nach (a) das Große und das Kleine eine unendliche Menge von Elementen enthalten, ist das Große dem Kleinen an Menge gleich. Diese Gleichheit unendlicher Mengen läßt sich aber im Sinne der modernen Mengenlehre dahingehend erklären, daß sie gleichmächtig oder äquivalent sind.[35] Damit ist aber durch eine textliche Evidenz nachgewiesen, daß der ingeniöse Gedanke, auf dem das Stadium beruht, schon im fünften Jahrhundert v. Chr. in nuce bekannt war.

Für die aristotelische Überlieferung des Stadiums (vgl. Z9. 239b 33–240a 18) ergibt sich nun aber mit Wahrscheinlichkeit, daß die Abschnitte (b) (c) und (d) auf

---

[34] Booth, 1957, S. 194.

[35] So mit Recht auch Barnes, 1979, II, S. 35.

einem Mißverständnis beruhen und allein (a) noch eine Spur des ursprünglichen Zenonischen Gedankens enthält. Das wird auch dadurch bestätigt, daß das Stadium in dieser Interpretation *wie* die z.T. wörtlich überlieferten Paradoxien der Vielheit mit der Problematik des *Unendlichen* zu tun hat. Zudem schreibt Aristoteles anderswo nur, daß es nach Zenon unmöglich sei, sich zu bewegen und das Stadium zu durchlaufen, ... (vgl. Top. Θ 8. 160b 8–9). Auch das deutet darauf hin, daß das Stadium in der ursprünglichen Form nichts mit den Abschnitten (b), (c) und (d) zu tun hat. Diese lassen sich vielmehr als eine aristotelische Interpretation sachgemäß deuten. Dabei scheint auch noch Abschnitt (a) von Aristoteles verändert worden zu sein. Denn das Zenonische Argument involviert natürlich nicht notwendig, daß sich die beiden Massengruppen aus *entgegengesetzter* Richtung bewegen. Sie können das auch aus *gleicher* tun. Es involviert nicht einmal, daß sich zwei Massen*gruppen* bewegen, vielmehr genügen auch zwei *einzelne* Massen. An der Substanz des Zenonischen Arguments ändern *diese* aristotelischen Umdeutungen freilich nichts.

Wenn die vorgeschlagene Auslegung des Stadiums korrekt ist, dann ruckt auch das Verhältnis Anaxagoras' zu Zenon in ein neues Licht. Denn die Meinung G. Vlastos' „But on others, such as Anaxagoras, he [Zenon] made no dent at all, ...“ [36] erscheint nun ebenso revisionsbedürftig wie diejenige J. Barnes', die er im wesentlichen W. D. K. Guthrie entlehnt:

> "Anaxagoras, I think, 'shows an understanding of the meaning of infinity which no Greek before him had attained' – not even Zeno, if Zeno indeed came before him." [37]

Ob Zenon vor Anaxagoras geboren wurde, wollen wir dahingestellt sein lassen. Mangels Quellenmaterials ist diese Frage u.E. ohnehin unentscheidbar. Daß aber Zenon nach Athen gekommen ist, dürfen wir auf Grund von Platons Bericht im „Parmenides“ (vgl. Parm. 127a–b) als wahrscheinlich betrachten. Ist Zenon aber nach Athen gekommen, so können wir annehmen, daß auch Anaxagoras ihn gehört hat. Das scheint auch Platon leise anzudeuten, wenn er den „Parmenides“ mit einem Verweis auf den Geburtsort des Anaxagoras, Klazomenai, einleitet (vgl. 126a). Umgekehrt dagegen dürfte keine Abhängigkeit vorliegen, was u.a. aus folgendem erhellt: Zenon soll seine Schrift in jungen Jahren verfaßt haben (vgl. Parm. 128 d), im mittleren Alter aber nach Athen gekommen sein (vgl. Parm. 127b). Zudem haben schon O. Gigon, G. S. Kirk und J. E. Raven überzeugend nachgewiesen, daß sich hinsichtlich verschiedener Lehrmeinungen des Anaxagoras eine Abhängigkeit von Zenon geradezu aufdrängt.[38] Was aber die uns hier allein interessierende These

[36] Vlastos, 1967, S. 377.

[37] Barnes, 1979, II, S. 33, zitiert ohne Fußnote.

[38] Gigon, 1936, S. 5–23, Kirk/Raven, 1957, S. 370–372, vgl. auch Sinnige, 1968, S. 128.

„Und es ist dem Kleinen an Menge gleich;" angeht, glaubt O. Gigon, sie auf Parmenides D/K, 28 B. 9. 4 zurückführen zu müssen.[39] Da an dieser Stelle jedoch vom Unendlichen nicht die Rede ist, können wir ihm hier nicht folgen.

Wir stellen vielmehr eine völlig neue Hypothese auf: Anaxagoras wurde zu seiner Behauptung, daß das Große dem Kleinen an Menge gleich sei, durch Zenons Stadium veranlaßt.[40] Diese Behauptung aber bildet einen Grund für die Fundamentalthese der Anaxagoreischen Physik, daß alles in allem enthalten ist: „Und da gleichviel Teile vom Großen und vom Kleinen vorhanden sind, auch so *betrachtet* dürfte in allem alles enthalten sein." (D/K. B 6). So legt sich sogar die Vermutung nahe, daß die Fundamentalthese der Anaxagoreischen Physik „Beisammen waren alle Dinge, grenzenlos nach Menge wie nach Kleinheit;" (D/K. B 1) auf den Einfluß Zenons zurückzuführen und im Sinne einer Äquivalenz unendlicher Mengen zu verstehen ist, eine u. E. notwendige, wenn auch noch nicht hinreichende Deutung. Doch können wir diese erregenden Perspektiven hier nicht weiter verfolgen. In jedem Fall aber muß auf Grund der vorgeschlagenen Neuinterpretation des Stadiums das Verhältnis von Zenon und Anaxagoras sowie die Frage des tatsächlichen Einflusses Zenons auf die Geschichte der griechischen Philosophie und Mathematik neu überdacht werden.

Vergegenwärtigen wir uns nun noch kurz, was für die vorgeschlagene Neuinterpretation des Stadiums spricht:

Erstens macht sie aus ihm ein Paradox, das mit den anderen drei an Einfachheit, Kraft und Tiefe konkurrieren kann.

Zweitens steht sie nicht im Widerspruch zu den aristotelischen Textgrundlagen, soweit wir sie als von Zenon beeinflußt betrachten können. Vielmehr erklärt sie erst die funktionale Notwendigkeit des textlichen Befundes, daß die eine Massengruppe von der Mitte, die andere vom Ende des Stadiums startet.

Drittens paßt sie insofern gut in den Rahmen der Zenonischen Paradoxien der Bewegung, als sie dieselben Voraussetzungen wie die anderen drei macht und im Stadium ein Paradox des Unendlichen sieht.

Und viertens läßt sich die historische Wahrscheinlichkeit der vorgetragenen Interpretation durch textliche Evidenzen plausibel machen.

5. *Gemeinsamkeiten der vier Paradoxien*

Abgesehen davon, daß *alle* vier Paradoxien der Bewegung als ingeniös bezeichnet werden dürfen, weisen sie folgende beiden entscheidenden Gemeinsamkeiten auf:

[39] Gigon, ebd. S. 22–23.

[40] Diese Deutungsmöglichkeit wird auch im erleuchtenden Buch von Schofield, 1980, S. 82–89, übersehen.

Erstens sind sie physikalisch-empirischer Natur. Das erhellt schon aus folgendem: Achilles, der Läufer, der Pfeil und die beiden Massengruppen im Stadium sind nicht nur physikalisch-empirische Entitäten, sondern durchlaufen alle in Wirklichkeit nicht eine ideale oder mathematische, sondern vielmehr eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke. Denn offensichtlich durcheilen diese physikalisch-empirischen, raum-zeitlichen Entitäten nicht mathematisch-ideale oder platonische Gegenstände, die ja nicht in Raum und Zeit lokalisiert sind, so wenig ich, wenn ich in der empirischen Wirklichkeit einen Kreis durchlaufe, schon einen mathematisch-idealen abschreite (vgl. Aristoteles. Metaph. B2. 997b 35–998a 4). Diese physikalisch-empirische Natur wird auch vom Stagiriten vorausgesetzt, wenn er schreibt, daß es nach Zenons falscher Argumentation unmöglich sei, Unendliches zu durchlaufen oder Unendliches *einzeln zu berühren* ... (vgl. Phys. Z2. 233a 21–23. vgl. auch Phys. Θ 8.263a 7–11. Hervorhebung vom Verfasser).

Doch zweitens geschieht die Analyse dieser physikalisch-empirischen Raum- und Zeitstrecke nicht auf empirische, sondern auf mathematische Art und Weise. Denn wenn die vorgeschlagene Interpretation der vier Paradoxien korrekt ist, dann machen sie alle dieselben beiden Voraussetzungen physikalisch-mathematischer Natur:

(a) Ein Raum- bzw. Zeitpunkt ist unteilbar und ausdehnungslos.
(b) Eine Raum- bzw. Zeitstrecke ist ein Kontinuum.

Diese beiden Voraussetzungen sind physikalisch-mathematischer Natur, insofern sie offenkundig nicht auf empirischen Daten basieren (vgl. S. 55).

Die zweite Voraussetzung aber wird von den ersten beiden Paradoxien so spezifiziert, daß eine Raum- bzw. Zeitstrecke unendlich teilbar ist, – von den anderen beiden in der Weise, daß sie aus einer (abzählbar) unendlichen oder dichten Menge von Raum- und Zeitpunkten besteht. Da jedoch die unendliche Teilbarkeit einer Raum- bzw. Zeitstrecke involviert, daß sie dicht ist und umgekehrt, können wir generell sagen: Die zweite grundlegende Voraussetzung für alle vier Paradoxien besteht darin, daß eine Raum- bzw. Zeitstrecke dicht ist. In den ersten beiden Fällen ist dabei die involvierte Punktmenge potential, in den anderen beiden aktual unendlich.

Wir sehen somit, daß Zenons Paradoxien der Bewegung zwei fundamentale Gemeinsamkeiten besitzen und die zweite Gemeinsamkeit in zwei fundamentalen Voraussetzungen über die Struktur von Raum und Zeit besteht. *Diese physikalisch-mathematischen Präsuppositionen werden jedoch von Zenon auf Grund des physikalisch-empirischen Charakters der Paradoxien stillschweigend in die physikalisch-empirische Welt hineinprojiziert:* Der Läufer und Achilles müssen unendlich viele

Aufgaben physikalisch-empirisch erfüllen, der unbewegte Pfeil befindet sich in der physikalisch-empirischen Welt immer in einem Jetztpunkt und die beiden Massengruppen haben unendlich viele Punkte im physikalisch-empirischen Stadium zu durchlaufen, – eine entscheidende, nicht zu übersehende Strategie. Denn auf ihr beruhen wesentlich Stärke und Schwäche von Zenons Erfindungen.

Ob dabei die erste, die physikalisch-empirische Gemeinsamkeit, mit der zweiten, der physikalisch-mathematischen oder -theoretischen, im Sinne einer Theoriegeladenheit von Empirie verbunden ist, bleibe noch dahingestellt. Da Zenons Paradoxien der Bewegung aber wesentlich *durch eine Konfusion* der physikalisch-mathematischen mit der physikalisch-empirischen Ebene entstehen, ist es in jedem Fall zum Zweck der Analyse unerläßlich, diese beiden Gemeinsamkeiten voneinander zu trennen.

II. Diskussion von Lösungsvorschlägen

Um diese Paradoxien zu widerlegen, genügt es natürlich nicht, sich auf unsere konventionelle Meinung zu berufen, daß der Läufer die Strecke in Wirklichkeit doch durcheilt, Achilles das gemächliche Tier in Wirklichkeit doch einholt, der fliegende Pfeil in Wirklichkeit nicht ruht und die halbe Zeit in Wirklichkeit nicht gleich der doppelten ist. Denn das läßt ohnehin jedermann gelten, d.h. sinnliche Evidenzen *und* der soziale Trieb veranlassen in der Regel niemanden, es zu bezweifeln. Die Frage ist nur, wie diese Meinung angesichts dieser Paradoxien zu rechtfertigen ist. Es genügt also leider nicht wie angeblich Diogenes von Sinope, die Paradoxien so zu widerlegen, daß man aufsteht und auf und ab geht. Der *Eleate* Zenon könnte nämlich auf Grund seiner Argumentation immer noch mit Recht erwidern: „Man wird meinen, daß dies im Widerspruch zu aller Erfahrung stehe, und doch ist es wahr." (L. Euler). Um Zenons *philosophischem* Generalangriff auf unsere fable convenue standzuhalten, müssen wir sie auch *philosophisch* rechtfertigen. Wer an der Philosophie erkrankt, kann nur mit *ihrer* Hilfe wieder genesen.

Das scheint man in der Tat zu Herzen genommen zu haben: Die analysierten Paradoxien übten eine nicht zu bestreitende Faszination auf nicht unbedeutende Denker von der Antike bis zur Gegenwart aus. Einzig das Stadium bildet in gewissem Sinne eine Ausnahme, da es als trivial mißverstanden wurde. So existieren denn auch die verschiedensten Lösungsvorschläge, die hier alle zu diskutieren weder möglich noch sinnvoll ist. Doch seien hier wenigstens einige Lösungs*typen* besprochen, die in verschiedenen Spielarten immer wieder auftauchen. Wir beschränken uns auf die Diskussion von Hauptpunkten, die uns kritikwürdig erscheinen. Da das Dichotomie- und Achilles-Paradox meist auf denselben Fehler zurückgeführt werden, wollen wir auch die Lösungen dieser Paradoxien zusammen behandeln.

1. *Das Dichotomie- und Achilles-Paradox*

Wenden wir uns zuerst Aristoteles zu. Während dessen erster Lösungsversuch (vgl. Phys. Z2. 233a 21–31) das Problem nur ad hominem gelöst hat, so löst es der zweite ad rem. Wir übersetzen die Pointe folgendermaßen:

„So daß dem Fragenden, ob es möglich ist, Unendliches zu durchlaufen, sei es in der Zeit oder in der Länge, zu sagen ist, daß es in gewissem Sinne möglich ist, in einem anderen aber nicht.

Was aktual unendlich ist, kann nicht durchlaufen werden, was aber potential, kann. Denn der sich stetig Bewegende hat akzidentell Unendliches durchlaufen, schlechthin aber nicht. Denn es ist ein Akzidens der Linie, unendliche Hälften zu sein, die Substanz aber ist anders und das Sein." (Phys. Θ 8. 263b 3–9).

Der Kernpunkt der aristotelischen Lösung besteht also darin, daß aktual Unendliches nicht durchlaufen werden kann, wohl aber potential Unendliches, wo die Unendlichkeit nur ein Akzidens ist. Damit wird aber auch belegt, daß das potential Unendliche hier für Aristoteles nicht bloß im Denken existiert, wie es nach einer bestimmten Interpretation von Metaph. Θ 6. 1048b 14–15 der Fall ist. Es ist vielmehr etwas objektiv Seiendes, wenn auch nur im potential-akzidentellen Sinne.

Doch gegen diese Lösung ist einzuwenden: Aristoteles setzt offenbar voraus, daß eine physikalische Raum- bzw. Zeitstrecke zwar nicht realiter in unendlich viele Teile geteilt *ist*, aber doch in unendlich viele Teile geteilt werden *kann*. Wie wir aber noch zu zeigen versuchen, ist nicht nur die These von der aktual unendlichen *Geteiltheit*, sondern auch von der potential unendlichen *Teilbarkeit* einer physikalisch-empirischen Raum- bzw. Zeitstrecke falsch: Eine physikalisch-empirische Raum- oder Zeitstrecke *ist* nicht nur nicht in unendlich viele Teile geteilt, sondern *kann* auch nicht in unendlich viele Teile geteilt werden (vgl. S. 60–62). Da jedoch das potential Unendliche für Aristoteles hier etwas objektiv Seiendes ist, fällt mit der Nichtexistenz dieses Unendlichen auch die aristotelische Lösung dahin.[1]

Ein anderer beliebter Lösungstyp ist der mathematische. Dessen Kerngedanke lautet in der Version, die ihm B. Russell gegeben hat:

"The apparent force of the argument, on this interpretation, lies solely in the mistaken supposition that there cannot be anything beyond the whole of an infinite series, which can be seen to be false by observing that 1 is beyond the whole of the infinite series $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \ldots$"[2]

Der Grund aber, weshalb diese Standard-Widerlegung Zenons Problem nicht beseitigt, liegt darin: Da sich der Läufer bzw. Achilles auf einer physikalisch-empirischen Strecke bewegen, ist die Frage nicht, wie eine mathematische unendliche Reihe beendet werden kann, sondern wie eine physikalische, wie also der Läufer bzw. Achilles eine unendliche Anzahl von Aufgaben physikalisch-empirisch erfüllen können. Obige mathematische Lösung ist zwar richtig, aber sie löst nicht Zenons Problem, das wesentlich physikalisch-empirischer Natur ist. Analoges gilt auch von

---

[1] Vgl. zur aristotelischen Lösung, Schramm, 1962, S. 11–62; Wieland, 1970², S. 278–316.

[2] Russell, 1926³, S. 177–178, 1970, S. 49.

anderen mathematischen Lösungen, unter denen diejenigen H. N. Lee's hervorgehoben sei.[3]

Ein wieder anderer beliebter Lösungstyp ist der psychologische, der auf H. Bergson zurückgeht. Er läßt sich ebenfalls auf das Dichotomie- und Achilles-Paradox anwenden. Sein Grundgedanke lautet beim Achilles:

> "Quand Achille poursuit la tortue, chacun de ses pas doit être traité comme un indivisible, chaque pas de la tortue aussi. Après un certain nombre de pas, Achille aura enjambé la tortue. Rien n'est plus simple."[4]

Im psychologischen Sinne können wir H. Bergson wohl recht geben: Jeder Schritt von Achilles und der Schildkröte wird als eine unteilbare Einheit erfahren. Auch erfahren wir, daß Achilles die Schildkröte einholt. Doch aus der Richtigkeit dieser psychologischen Bemerkung folgt natürlich nicht die Unrichtigkeit der theoretischen Überlegungen, die beweisen sollen, daß Achilles die Schildkröte nicht einholt: Daraus, daß wir etwas so und so erfahren, folgt nicht, daß es so und so ist. Denn ebenso zwingend, wenn nicht noch zwingender, ist die einfache Überlegung, daß Achilles zuerst den Punkt erreichen muß, von dem aus die Schildkröte startet, usw. Es genügt deshalb keineswegs zur Widerlegung des Zenonischen Argumentes zu sagen, daß Zenon die Bewegung des Achilles nach einem willkürlichen Gesetz wieder zusammensetze. Im Gegenteil könnte ein überzeugter Eleate auf Grund des Zenonischen Argumentes auf den illusionären Charakter unserer Erfahrung schließen.

Ebensowenig vermag eine analoge Bemerkung von der unteilbaren Erfahrung der einzelnen Schritte schon die These zu erschüttern, daß der Läufer zuerst die Hälfte der Strecke und von der Hälfte wieder die Hälfte, usw. erreichen muß. Denn da eine Strecke aus Teilen besteht, ist die Forderung nur korrekt: Um eine Strecke zu durchlaufen, müssen auch ihre Teile durchlaufen werden. Denn sonst gerieten wir in das neue Paradox, daß eine Strecke durchlaufen werden kann, ohne daß ihre Teile durchlaufen werden. Der Rückgriff auf die Psychologie vermag so das Paradox auch nicht zu lösen.

Ein weiterer beliebter Lösungstyp ist der linguistische. So meint z. B. F. Waismann, der Fehler des Achilles liege darin, daß in der Behauptung „Achilles werde niemals die Schildkröte einholen" zwei Bedeutungen von „niemals" durcheinandergebracht werden, die temporale und die nichttemporale:

> „Der Fehler sollte nun wirklich offenkundig sein: wenn wir sagen, daß Achill die Schildkröte niemals einholen kann, weil der Vorsprung zunehmend kleiner wird aber dennoch niemals aufhört zu sein, so springen wir von der temporalen zu der *nicht*-temporalen, mathematischen Bedeutung."[5]

---

[3] Lee, 1965, S. 563–570. Vgl. zur Widerlegung der mathematischen Lösung, Black, 1954, S. 95–126.

[4] Bergson, 1930^{35}, S. 336.

[5] Waismann, 1973, S. 129.

Die temporale Tatsache, daß Achilles die Schildkröte niemals einholt, wird so nach F. Waismann dadurch begründet, daß eine mathematische Folge niemals enden kann. Da jedoch, wie F. Waismann richtig erkennt, die Unvollendbarkeit einer mathematischer Folge nicht die Unvollendbarkeit einer temporalen Folge garantiert, beruht der Achilles auf einem Trugschluß. Doch im aristotelischen Text wenigstens wird die temporale Unvollendbarkeit der unendlichen Folge nicht durch die mathematische begründet. Vielmehr ist bei Aristoteles das Problem physikalisch-empirischer Natur. Das wird von F. Waismann nicht berücksichtigt, weshalb denn auch seine Lösung „beside the point" ist. Das Problem nämlich, wie Achilles eine unendliche Folge von Aufgaben physikalisch-empirisch vollenden kann, löst sie nicht. Ähnlich geht auch G. Ryle am Problem vorbei.[6]

Ebensowenig löst G. E. L. Owen die Schwierigkeit, wenn er sich auf die „common-sense language" beruft:

> "And in this way 'common-sense language' is safeguarded; for it is the oscillation between bringing in the infinite series as a logically innocuous translation of ordinary statements and trying to reconstrue it on the model of the task in A_1 that breeds the puzzle."[7]

(Mit A_1 bezieht sich G. E. L. Owen auf eine Aufgabe zurück, welche die Vollendung einer unendlichen Anzahl von Schritten verlangt.) Wenn wir richtig sehen, läßt sich dessen Lösung auf folgende Punkte zurückführen: Erstens glaubt er, daß in der „common-sense language" das Problem nicht auftaucht. Zweitens glaubt er, daß sich die „common-sense language" *nicht* ohne Bedeutungsverlust so übersetzen lasse, daß das Problem auftaucht. Das mag alles richtig sein. Doch zu den grundlegenden Einsichten der Eleaten gehört doch die, daß die „common-sense language" täuschen kann, eine Einsicht, die mutatis mutandis heute noch gültig ist. Die Berufung auf die Umgangssprache, in der das Problem nicht auftauchen soll, überzeugt so schon als Methode nicht.

Im übrigen: Auch wenn das Problem in der Umgangssprache nicht erscheint, so erhebt es doch in einer vielleicht mehr wissenschaftlichen um so bedrohlicher sein Haupt. Dieser linguistische Rekurs auf die Umgangssprache verschiebt das Problem somit nur auf eine andere Ebene. Ähnliches ließe sich auch gegen andere linguistische Lösungsversuche einwenden. Deren bevorzugte Methode der Bedeutungsdifferenzierung vermag zwar einige Verwirrungen zu klären, genügt aber kaum, um das Problem radikal anzugehen.

Wenden wir uns nun der Lösung G. Vlastos' zu, deren Substanz sich auch im Zenon-Artikel der „Encyclopedia of Philosophy", 1967, findet. Sie zeichnet sich durch eine

[6] Ryle, 1954, S. 50. Ryle's Argumentation ist hier im Prinzip dieselbe wie diejenige F. Waismanns.

[7] Owen, 1970, S. 147, 1975, S. 149, zitiert ohne Fußnote.

differenzierte, scharfsinnige und klare Analyse der zu bewältigenden Schwierigkeiten aus, mit der wir weitgehend, wenn auch nicht überall, einig gehen. Doch vermissen wir bei den vielen subtilen Details, die G. Vlastos erwähnt, eine genügend explizite Angabe der *beiden* grundlegenden Voraussetzungen, welche die Argumente in der aristotelischen Version machen. Auch G. Vlastos stützt sich nämlich auf diese Version und diese Voraussetzungen ab. Der Kerngedanke seiner Lösung aber läßt sich so formulieren: Der Abstand zum jeweils zu erreichenden Punkt kann so klein gemacht werden, daß ihm kein arithmetischer Sinn mehr zukommt. Belegen wir das zuerst am Dichotomie-Paradox:

> "By making Z-runs he [the runner] can always go so far that no arithmetical sense could be given to the statement that he has *not* reached G. If no quantity could express the difference, δ, between the sum of *n* Z-intervals and SG (for δ could be made smaller than any ε that might be chosen), what arithmetical sense could there be in saying that there is a difference?" [8]

Mit SG meint G. Vlastos die Strecke, die wir AB nannten, mit „Z-runs" die einzelnen Läufe, die Zenons Läufer zu machen hat und die nach G. Vlastos Interpretation eine Progression darstellen, mit „*n* Z-intervals" die endliche Anzahl von Hälften, die der Läufer zu durcheilen hat und mit der Summe dieser „*n* Z-intervals" die Summe dieser Hälften. Die Differenz zwischen dieser Summe und „SG" ist nun größer als Null aber kleiner als Epsilon. Folglich kann ihr nach G. Vlastos kein arithmetischer Sinn mehr gegeben werden, und folglich hat es keinen arithmetischen Sinn mehr zu sagen, daß der Läufer G *nicht* erreicht hat. Da die Differenz aber schon nach einer endlichen Anzahl von Läufen kleiner als Epsilon gemacht werden kann, muß der Läufer auch nicht mehr unendlich viele Aufgaben erfüllen, eine elegante Methode die Problematik des Unendlichen zu vermeiden. Doch setzt G. Vlastos damit stillschweigend voraus, daß eine Differenz, der kein arithmetischer Sinn mehr gegeben werden kann, nicht mehr existiert und sie mithin der Läufer nicht mehr zu durcheilen brauche.

Analog bewältigt er auch das Achilles-Paradox: Mit „P" meint er dabei den Punkt, von dem aus die Schildkröte jeweils startet:

> "...: Achilles is in a position to make the difference between him and the tortoise less than any assignable quantity, however small – a perfectly good way of overtaking her, without each of them having had to make a unique run reaching P at the same instant." [9]

Doch gegen diese virtuose Lösung läßt sich zumindest folgendes einwenden:

(a) Ist damit, daß einer bestimmten Differenz kein arithmetischer Sinn mehr gegeben werden kann, schon bewiesen, daß keine Differenz mehr besteht? Die Frage liegt in Analogie zu folgender: Ist damit, daß wir bestimmte Farben nicht mehr

---

[8] Vlastos, 1975, S. 211.

[9] ebd. S. 215, zitiert ohne Fußnote.

sehen und bestimmte Töne nicht mehr hören, schon bewiesen, daß es diese Farben und Töne nicht mehr gibt? Ist dadurch, daß wir kein Ultraviolett mehr sehen können, schon bewiesen, daß es kein Ultraviolett mehr gibt? Offensichtlich nicht. Wenn wir einer bestimmten Differenz keinen arithmetischen Sinn mehr geben können, ist damit noch nicht dargelegt, daß diese Differenz nicht existiert, ganz abgesehen davon, daß eine Entwicklung der Wissenschaft möglich ist, die auch solchen Differenzen einen arithmetischen Sinn gibt. G. Vlastos erliegt nämlich einem Fehlschluß: Daraus, daß wir einer Beschreibung von δ keinen arithmetischen Sinn mehr geben können, folgert er, daß diese Differenz in der Raum-Zeit-Welt nicht existiert und sie mithin der Läufer nicht zu durcheilen braucht. Dabei verwechselt er die arithmetische Beschreibung eines Phänomens mit dem Phänomen und folgert aus der Unmöglichkeit des ersten auf die Unmöglichkeit des zweiten. Dieser Schluß ist aber unzulässig (und höchstens mit Hilfe eines komplizierten Netzes von Annahmen zu retten, die sich jedoch bei G. Vlastos nicht finden). Ist die Differenz aber aus der Raum-Zeit-Welt noch nicht eliminiert, so kann Zenon immer noch darauf bestehen, daß der Läufer sie noch zu durchlaufen habe, auch wenn wir sie nicht mehr messen können.

b) G. Vlastos schaltet ein zweites Paradox ein: Um einen Endpunkt zu erreichen, muß man nach ihm nicht einen Lauf machen, der in diesem Endpunkt endet.[10] Die implizite Begründung dafür ist wieder dieselbe: Die Differenz zum Endpunkt kann so klein gemacht werden, daß ihr kein arithmetischer Sinn mehr beigelegt werden kann. Folglich muß sie nicht mehr durchlaufen werden. Da jedoch diese Begründung einen Fehlschluß involviert, ist dieses Paradox kein scheinbares, das sich durch diese Begründung vermeiden läßt. Im Gegensatz zu G. Vlastos' Meinung ist es echt. Ein echtes Paradox aber durch ein anderes echtes Paradox lösen zu wollen, scheint uns nicht nur nicht sinnvoll zu sein, sondern deutet auch an, daß das erste Paradox noch nicht gelöst ist.

c) Der Läufer bzw. Achilles haben offenbar eine physikalisch-empirische Strecke zu durcheilen. G. Vlastos meint nun, daß jene Differenz beliebig, also auch unendlich klein gemacht werden kann. Doch abgesehen davon, daß die unendliche Teilbarkeit einer Strecke *nicht* zu unendlich kleinen Teilen führt[11], ist diese Behauptung schon aus physikalisch-empirischen Gründen falsch (vgl. S. 56–62).

d) G. Vlastos setzt voraus, daß der Punkt, den der Läufer bzw. Achilles zu erreichen haben, ein mathematischer Punkt ist und mithin keine Ausdehnung hat. Da sich der Läufer bzw. Achilles jedoch auf einer physikalischen Strecke bewegen, ist dieser realiter zu erreichende Punkt auch physikalischer Natur. Ein physikalischer Punkt hat jedoch nicht die Ausdehnung Null (vgl. S. 56–62).

---

[10] ebd. S. 210–211.

[11] vgl. Russell, 1926³, S. 141.

e) G. Vlastos fällt eben mit seiner Lösung wieder in eine der mathematischen zurück. Das erhellt besonders aus folgendem Satz:

"It should be hardly necessary to add that this solution could scarcely have occured to Zeno, since it is an application of the conception of the sum of an infinite series as the limit of the sequence of the partial sums of that series –" [12]

Aus angegebenem Grund (vgl. S. 35) löst aber eine mathematische Lösung nicht Zenons Problem, das wesentlich physikalisch-empirischer Natur ist.

Wegen dieser fünf Argumente, denen sich noch weitere hinzufügen ließen, müssen wir auch G. Vlastos' virtuose Lösung als gescheitert betrachten.

Wenden wir uns nun dem neuesten Versuch zu, mit den Schwierigkeiten fertig zu werden, den wir der umfassenden Darstellung J. Barnes verdanken.[13] Da er das Dichotomie- und Achilles-Paradoxon auf dieselbe Art und Weise zu lösen versucht, beschränken wir uns auf dessen Behandlung des ersten Paradoxons. Nach J. Barnes' Analyse der aristotelischen Version soll Zenon dabei folgendes behauptet haben:

"(1) If anything moves, it performs infinitely many tasks. Since he holds it to be a truism that:
(2) Nothing can perform infinitely many tasks, he concludes that nothing moves." [14]

Wie und mit welchem Recht der Verfasser zu diesen weitreichenden Behauptungen gelangt, bleibe dahingestellt. Leider vermissen wir bei ihm wie bei G. Vlastos trotz vieler treffender Bemerkungen eine genügend explizite Angabe der *beiden* grundlegenden Voraussetzungen, die das Argument in der aristotelischen Version macht, auf die sich auch J. Barnes abstützt.

Um das Argument zu widerlegen, müssen wir nach ihm entweder (1) oder (2) verwerfen. Er erkennt klar, daß die Annahme (1) nur dann wahr ist, wenn der Raum kontinuierlich oder unendlich teilbar ist, was für ihn anscheinend wie für Aristoteles dasselbe bedeutet.[15] Im Unterschied zu G. Vlastos erkennt J. Barnes ebenfalls, daß eine volle Diskussion von Zenons Paradoxien eine Diskussion der „Geometrie des Raumes" voraussetzt. Doch meint er: „..., for reasons I gave earlier, I shall not enter upon such a discussion here." Da uns der Autor einige Zeilen vorher auf die Seiten 245–246 verwiesen hat, dürfen wir annehmen, daß dort die Gründe zu finden sind. Auf diesen Seiten finden wir jedoch nur eine leider sehr unklare Diskussion des antiken und modernen Atomismus bezüglich Zenon. Da sich nach J. Barnes aber weder zwingende Gründe *für* noch *gegen* den Atomismus aufstellen lassen, entscheidet er sich für das, was die Mehrheit der Physiker für gut hält, nämlich für die Konti-

[12] Vlastos, 1975, S. 211.
[13] Barnes, 1979, I, S. 261–275.
[14] ebd. S. 263.
[15] ebd. S. 264.
[16] ebd. S. 264.

nuität des Raumes. Er zählt dabei jedoch weder die Gründe auf, die für, noch die, welche gegen den Atomismus sprechen. Ebensowenig begründet er, weshalb sie nicht zwingend sind. Was aber den Appell an die Mehrheit betrifft, so hat er zweifelsohne eine große psychologische, aber keine logische Stärke. Solange J. Barnes die Ansicht der Mehrheit nicht mit Argumenten untermauert, beweist sein Appell nichts. Wenn wir richtig sehen, ist somit J. Barnes' Entscheidung für die Kontinuität des Raumes argumentativ nicht nur unzureichend, sondern überhaupt nicht fundiert. Ist aber die unendliche Teilbarkeit des Raumes nicht fundiert, so auch nicht Prämisse (1).

Doch nehmen wir zugunsten von J. Barnes an, seine Entscheidung für die Prämisse (1) sei zureichend fundiert. Gelingt es ihm wenigstens (2) zu widerlegen? Dazu müßte er nur beweisen, daß es etwas gibt, das unendlich viele Aufgaben erfüllen kann. J. Barnes schlägt jedoch einen umständlicheren Weg ein: Er diskutiert sieben Argumente, die nach seiner Ansicht (2) zu stützen beanspruchen und versucht sie ihrer Unschlüssigkeit zu überführen. Wir können diese langwierige und leider nicht sehr überzeugende Diskussion hier nicht wiedergeben. Das Resultat aber, zu dem J. Barnes gelangt, lautet:

> "I believe (2) to be false: of the many arguments designed to support (2), all are wanting in one or more particulars. But I cannot show that (2) is false; indeed, the reason why Zeno's Dichotomy is so fascinating an argument is to be sought in (2): men want to believe (2); they cannot believe that we possess infinite powers; and they keep producing ever more ingenious arguments in favour of Zeno." [17]

J. Barnes gesteht also, daß seine lange kritische Diskussion der Argumente, die (2) zu stützen beanspruchen, (2) noch nicht als falsch erwiesen hat. Der logische Grund liegt jedoch nicht in den von J. Barnes angegebenen Gründen, sondern darin, daß es ihm nicht gelungen ist, (2) durch ein zwingendes Gegenbeispiel definitiv zu widerlegen. Doch gesetzt, (2) wäre durch ein zwingendes Gegenbeispiel definitiv widerlegt. Da die Voraussetzungen von (1) jedoch durch J. Barnes nicht nur nicht fundiert, sondern sogar falsch sind, würde auch diese Widerlegung von einer falschen Prämisse ausgehen. Auf J. Barnes' Lösung müssen wir somit trotz vieler treffender Bemerkungen verzichten.

Wenden wir uns nun der Lösung des Dichotomie- bzw. Achilles-Paradoxons zu, die wir den eindringlichen Untersuchungen A. Grünbaums verdanken. Wir beschränken uns dabei auf die Fassung, die er ihnen im Kapitel 18 seiner zweiten Auflage von „Philosphical Problems of Space and Time" gegeben hat. Denn sie enthält seine neueste Version und bringt die uns hier allein interessierenden Grundgedanken prägnanter zum Vorschein als die ausführlicheren Erörterungen in

[17] ebd. S. 273.

„Modern Science and Zeno's Paradoxes". Nach ihr soll Zenon folgendermaßen argumentiert haben:

"In summary, Zeno would have us infer that the runner can *never* reach his destination, just because (1) in a finite time, we could not possibly contemplate one by one *all* the subintervals of the progression, and (2) for purely *logical* reasons, we could not possibly find the terminal instant of the motion in *any* of the $\aleph_0$ subintervals of the progression, since the terminal instant is not a member of any of them. But it is altogether fallacious to infer Zeno's conclusion of infinite duration from these two premises." [18]

Der Grund aber, weshalb nach A. Grünbaum die erste Prämisse nicht zu Zenons Konklusion führt, läßt sich in Kürze so formulieren. Zenon überträgt die Zeit unseres Bewußtseins auf die physikalische Zeit, die in den Paradoxien vorausgesetzt wird. In der Zeit unseres Bewußtseins gibt es eine untere Grenze der Wahrnehmung und nächste Augenblicke. Diese Bewußtseinszeit jedoch kann nicht auf die physikalische übertragen werden. Dafür gibt er hier folgenden Hauptgrund an:

"But since the successive subintervals converge to zero by decreasing geometrically, the threshold-governed one-by-one contemplation which Zeno invites cannot be metrically faithful to the actual physical durations of the contemplated subintervals." [19]

Doch da Achilles bzw. der Läufer in Wirklichkeit ja keine mathematische, sondern eine physikalisch-empirische Strecke durcheilen, deren Analyse erst physikalisch-mathematischer Natur ist, kann Zenon mit Recht darauf bestehen, daß die sukzessiven Subintervalle empirisch durchlaufen und abgezählt werden müssen. Das aber führt zu einer „one-by-one contemplation" und damit auch zu einer berechtigten Übertragung gewisser Strukturen der Bewußtseinszeit auf die physikalisch-*empirische*. Es ist deshalb nicht gerechtfertigt, wenn A. Grünbaum gegen G. J. Whitrow einwendet, daß der Läufer "'the infinite set of positive integers by counting'" *nicht* auszuschöpfen habe. Da die zu durchlaufende Strecke physikalisch-empirischer Natur ist, ist diese oder eine äquivalente Forderung gerecht, *auch wenn* die „threshold-governed one-by-one contemplation" zu einer unteren Grenze führt und nicht „metrically faithful to the actual durations of the contemplated subintervals" ist. Eher ließe sich daraus folgern, daß die logisch-mathematischen Gründe, welche zur Forderung nach einer unendlichen Teilbarkeit geführt haben, auf die physikalisch-empirische Strecke nicht anwendbar sind, eine Folgerung, die A. Grünbaum außer acht läßt. A. Grünbaum fällt denn auch in der Tat in eine der mathematischen Lösungen zurück.

Das zeigt sich auch in seiner Antwort auf die zweite Prämisse. Diese führe nämlich deshalb nicht zur gewünschten Konklusion, weil Zenon unerlaubterweise ein logisches Faktum ausbeute. Das logische Faktum liege darin, daß es für den letzten

[18] Grünbaum, 1973, S. 636.

[19] ebd. S. 634.

Augenblick der Bewegung unmöglich sei, zu irgendeinem der Subintervalle der unendlichen Progression zu gehören, da er später sei als alle. Zenon folgere nun aus diesem Faktum fälschlicherweise, daß (1) kein letzter Augenblick sein könne, an welchem der Läufer sein Ziel erreiche und deshalb (2) die Progression unendlich lange dauere. Für die mathematische Begründung sei hier auf A. Grünbaums Text selber verwiesen. Doch da die zu durchlaufende Zeitstrecke physikalisch-empirischer Natur ist, ist auch die zu durchlaufende unendliche Reihe physikalisch-empirischer Natur und insofern nur in einem *potentialen* Sinne unendlich. Es sind also nicht $\aleph_0$ viele, sondern ∞ viele Subintervalle zu durchlaufen. Weil nun eine potential unendliche Reihe von physikalisch-empirischen Subintervallen per definitionem kein letztes empirisches Glied enthält, kann das letzte Glied auch empirisch nicht erreicht werden. Die zweite Prämisse muß so gedeutet werden, und so gedeutet, liefert sie ein korrektes Argument für Zenons erste Folgerung. Damit ist aber auch das auf der Widerlegung erwähnter angeblich Zenonischer Begründung basierende Argument A. Grünbaums implizit zurückgewiesen, wonach eine Unendlichkeit von Operationen in einer endlichen Zeit vollendet werden kann.

2. *Das Pfeil-Paradox*

Die aristotelische Lösung des Pfeil-Paradoxons besteht in einem Satz: „Denn nicht setzt sich die Zeit aus den unteilbaren Jetzt zusammen, wie auch nicht irgendeine andere Größe." (Z 9. 239 b 8. vgl. 239 b 30–32). Aristoteles bezieht sich damit auf folgende seiner Lehren zurück: „Auch ist ferner offenbar, daß das Jetzt nicht ein Teil der Zeit ist sowenig wie der Einschnitt ein Teil der Bewegung wie auch der Punkt ein Teil der Linie." (Phys. Δ 11. 220 a 18–20). Das Jetzt ist vielmehr nur eine Grenze (vgl. Phys. Δ 10. 218 a 24. Δ 11. 220 a 18–25).

So kurz diese Widerlegung ist, so trifft sie doch einen entscheidenden Punkt. Denn sie ist nicht so mißzuverstehen, daß Aristoteles Zenon vorwirft, er lasse die Zeit aus Zeitperioden bestehen.[20] Denn während der Zeitperioden würde sich der Pfeil ja bewegen. Sie ist eindeutig nur so zu verstehen, daß Aristoteles Zenon vorwirft, er lasse die Zeit überhaupt nur aus ausdehnungslosen Zeitpunkten bestehen. Setzt sich die Zeit aber aus Zeitintervallen zusammen, dann verschwindet das Paradox.

Doch bilden die Zeitpunkte nur Grenzen der Zeitintervalle, dann erhebt sich folgende Frage: Wie lassen sich die Grenzen von etwas begreifen, was selber keine Grenzen hat? Denn bei einer im aristotelischen Sinne kontinuierlichen, mithin unendlich teilbaren Zeitstrecke gibt es ja gar keinen ersten und keinen letzten Teil,

---

[20] Pickering, 1978, S. 254–255.

wodurch sie sich von einer anderen abgrenzen läßt. Zwar kann Aristoteles sagen, daß das Jetzt nur ein potentialer Einschnitt ist (vgl. Δ 13.222 a 14). Doch dann läßt sich seine eigene Lehre von der Potentialität und Aktualität gegen ihn selber wenden. Denn die Potentialität setzt nach ihm Aktualität voraus (vgl. Metaph. Θ 8. 1049 b 4–1051 a 3). Also setzen diese potentialen Einschnitte schon aktuale voraus, womit die Voraussetzung, die Zenon nach Aristoteles macht, wieder eingeführt ist. Die aristotelische Lösung kann somit nicht befriedigen.

Wenden wir uns nun der Russellschen Lösung zu, die er in „Our Knowledge of the External World" vertritt:

"The more the difficulty is meditated, the more real it becomes. The solution lies in the theory of continuous series: we find it hard to avoid supposing that, when the arrow is in flight, there is a *next* position occupied at the *next* moment; but in fact there is no next position and no next moment, and when once this is imaginatively realized, the difficulty is seen to disappear."[21]

Um zu dieser Lösung zu kommen, setzt aber B. Russell voraus, daß ein finiter Teil der Zeit aus einer finiten Reihe von aufeinanderfolgenden Augenblicken besteht: „---: at any rate the plausibility of the argument seems to depend upon supposing that there are consecutive instants".[22] Doch auch wenn die Jetztpunkte nicht aufeinander folgen, so bleibt doch Zenons Argumentation in voller Gültigkeit bestehen. Sie setzt sogar voraus, daß die Zeitpunkte dicht sind. Denn wären sie nicht dicht, so gäbe es Lücken, während derer der Pfeil eine Zeitstrecke durchfliegt und sich offenbar bewegt. B. Russells Lösung in „Our Knowledge of the External World" hängt also von einem Mißverständnis des zu lösenden Problems ab.

Betrachten wir nun die psychologische Lösung H. Bergsons. Deren Quintessenz besteht im folgenden Satz:

"La vérité est que, si la flèche part du point A pour retomber au point B, son mouvement AB est aussi simple, aussi indécomposable, en tant que mouvement, que la tension de l'arc qui la lance."[23]

Diese Überlegung mag auf der psychologischen Ebene der Erfassung von Bewegung richtig sein. Sie hindert aber nicht, die physikalische Bewegung so zu interpretieren, daß das Bewegte in jedem Moment der Bewegung an einem bestimmten Ort ist, auch wenn wir das anders erfahren. Denn daraus, daß wir eine Bewegung nur so oder so erfahren können, folgt keineswegs, daß sie auch so und so ist. Auch H. Bergsons Lösung des Pfeil-Paradoxons kann deshalb nicht befriedigen.

[21] Russell, 1926³, S. 179–180; 1970, s. 51.

[22] Russell, 1926³, S. 179, 1970, S. 50.

[23] Bergson, 1926³⁵, S. 334.

Wenden wir uns nun der Lösung zu, die G. Vlastos bietet. Wir können hier leider nicht auf alle Einzelheiten seiner sehr lehrreichen Abhandlung eingehen. Hier seien nur zwei kritische Punkte erwähnt: Einmal versucht G. Vlastos die folgende These plausibel zu machen: Auch wenn sich der Pfeil nicht in jedem gegebenen Moment seines Fluges bewegt, kann er sich trotzdem während der ganzen Strecke bewegen:

"One must point out that to ask, 'How can the arrow be moving during an interval when it is non-moving in every instant contained by that interval?' would be like asking, 'How can the arc be curved when none of its points are curved?': motion (or rest) apply to what happens not in individual instants but in intervals (or ordered sets of instants), as curvature is a property not of individual points but of lines and surfaces (or ordered sets of points)." [24]

Was G. Vlastos hier sagt, dürfte völlig zutreffen. Nur übersieht er folgende Schwierigkeit: Wie ist es überhaupt möglich, daß eine ausgedehnte Strecke aus ausdehnungslosen Punkten besteht? Zenon könnte immer noch argumentieren: Da sich eine Strecke aus ausdehnungslosen Punkten zusammensetzt, kann sie (unter physikalisch fundierter Voraussetzung zählbarer Additivität) gar keine Ausdehnung haben. Also kann sich auch der Pfeil nicht nur in jedem gegebenen Moment, sondern auch während der ganzen Zeitstrecke nicht bewegen. Wir vermissen denn auch bei G. Vlastos eine klare Angabe der beiden Voraussetzungen, die das Pfeil-Paradox in der aristotelischen Fassung macht. Wie wir noch sehen werden, bilden diese selber ein Paradox (vgl. S. 50).

G. Vlastos glaubt aber nicht nur, daß sich der Pfeil während einer Zeitstrecke, sondern auch, daß er sich zwar nicht „in an instant", aber „at an instant" bewegen kann:

"– by showing that 'velocity at instant, *i*' can be understood to mean no more than the *limit* of average velocities over temporal intervals approaching zero and always containing *i*, where 'approaching zero' can be defined without covert appeal to an instantaneous state of change (or to its mathematical twin, the infinitesimal) by employing only variables quantified over intervals of finite length: –––" [25]

In diesem Sinne dürfte es wohl richtig sein zu sagen, daß sich der Pfeil „at an instant" bewegt. Doch der Preis, der dafür bezahlt werden muß, liegt in einer Abschwächung des Paradoxons. Denn mit dem Nachweis, daß Bewegung „at an instant" möglich ist, hat G. Vlastos noch nicht gezeigt, daß Bewegung „in an instant" möglich ist. Zenons Argumentation aber basiert nach Aristoteles darauf, daß es Bewegung „in a instant" nicht gibt (vgl. Z 9. 239 b 7). Beide Lösungsansätze G. Vlastos' tragen somit zu kurz. Wie schon im Dichotomie- und Achilles-Paradox muß er das Paradox zuerst verändern und verharmlosen, um es bewältigen zu können.

---

[24] Vlastos, 1975, S. 192.

[25] ebd. S. 193–194.

Wenden wir uns nun dem neuesten Versuch zu, den J. Barnes vorgelegt hat. Auch hier können wir leider nicht die vielen treffenden Bemerkungen, die J. Barnes macht, wiedergeben, sondern müssen uns auf einige Hauptpunkte, die uns kritikwürdig erscheinen, beschränken. Wie schon bei G. Vlastos vermissen wir dabei in der Fülle des dargebotenen Materials eine Angabe der *beiden* grundlegenden Voraussetzungen, die das Paradox in der aristotelischen Version macht. Wenn wir richtig sehen, besteht J. Barnes' Lösungsversuch des Paradoxons, soweit er sich auf die aristotelische Version bezieht, in folgendem: Er versucht zu zeigen, daß „motion at an instant" möglich ist, unterscheidet aber nicht zwischen „motion at an instant" und „motion in an instant", sondern vielmehr zwischen „motion at an instant" und „instantaneous motion". „Instantaneous motion" ist auch nach ihm eine logische Unmöglichkeit, nicht aber „motion at an instant". Dazu führt er neben umgangssprachlichen Erwägungen als stärkstes Argument die Widerlegung eines aristotelischen an. In diesem argumentiert Aristoteles jedoch gegen Bewegung *in* dem Jetzt (vgl. Z9. 234a 24), was für J. Barnes aber dasselbe wie Bewegung *at* an instant ist:

"'That nothing moves at an instant is evident thus: if it did, a thing could move both quicker and slower. Let N be an instant, and let the faster thing have moved the distance AB at N *(en autôi)*. Now at the same instant *(en toi autôi)* the slower thing will have moved a shorter distance, say AC. But since the slower has moved through AC in the whole instant, the faster will have moved [through AC] in a shorter time than this – so that the instant will have been divided. But that is impossible – hence it is not possible to move at an instant. (Phys. 234a 23–31)'"[26]

In diesem konzisen Argument sieht J. Barnes zwei Fehler: Einmal behandle Aristoteles das Jetzt so, als ob es eine ausgedehnte Zeitperiode sei. Das stimmt, doch läßt sich dem entgegenhalten: Nur unter der Annahme von Bewegung im Jetzt macht Aristoteles diese Voraussetzung. Er macht sie nicht, weil er an sie glaubt, sondern um sie ad impossibile zu führen. Zweitens sieht J. Barnes in der Phrase einen Fehler „-The faster thing has moved the distance AB *en autôi*'". Aristoteles hätte nach ihm nur sagen dürfen: „The faster thing *was* moving the distance AB *en autôi*". Denn nach J. Barnes kann man zwar sagen „A was moving at t", nicht aber „A has moved at t". Der Zweite folge nicht aus dem Ersten. Doch da ja Aristoteles hier mit Recht zum Zweck einer Zurückführung aufs Unmögliche voraussetzen darf, daß das Jetzt eine Zeitperiode, nicht ein Augenblick ist, erweist sich auch dieser „second, allied error" als unberechtigter Vorwurf. Denn J. Barnes' Sprachregelung würde ja zu der absurden Konsequenz führen, daß man von nichts sagen darf, daß es sich von A nach B bewegt hat, sondern nur, „that A was moving A to B".

Zudem: „motion at an instant" unterscheidet J. Barnes nicht von „motion in an instant". „Instantaneous motion" ist aber auch nach ihm unmöglich. Da „instanta-

[26] Barnes, I, 1979, S. 281–282.

neous motion" unmöglich ist, sollte ja eigentlich auch „motion in an instant" logischerweise unmöglich sein. Mithin auch „motion at an instant". J. Barnes' Argumentation erscheint auch so als inkonsistent.

3. Das Stadium-Paradox

Obwohl zum Stadium in der vorgeschlagenen Neuinterpretation noch keine Lösungen vorliegen, wollen wir doch einige mögliche Lösungen diskutieren.

Erstens ließe sich sagen: Es gibt auch bei abzählbar unendlichen Mengen größere und kleinere. So meint z.B. Bolzano im § 19 seiner „Paradoxien des Unendlichen":

> „Nach unserer nicht nur dem Sprachgebrauche, sondern auch dem Zwecke der Wissenschaft entsprechenden Erklärung kann niemand etwas Widerstreitendes, ja nur Auffallendes in dem Gedanken finden, daß eine [abzählbar] unendliche Menge größer als eine andere sein soll." [27]

B. Bolzano bezieht sich damit auf eine Definition des (abzählbar) aktual Unendlichen zurück, nach der es nicht dasjenige ist, was keiner ferneren Vermehrung mehr fähig, vielmehr durchaus der Vermehrung fähig ist (vgl. § 12). Schon B. Bolzano erkennt ja klar, daß (in G. Cantors Terminologie) zwei (abzählbar) unendliche Mengen die gleiche Mächtigkeit haben (vgl. § 20), folgert aber aus der Gleichmächtigkeit nicht auf die Gleichzahligkeit. Denn wenn diese Folgerung bei endlichen Mengen korrekt ist, so nach ihm nicht bei unendlichen.

Von B. Bolzanos Beweis für diese Behauptung wollen wir absehen. Der entscheidende Einwand, weshalb sie das Stadium-Paradox nicht löst, liegt nämlich nicht in der Irrtümlichkeit dieses Beweises. Auch wenn er richtig wäre, bliebe er stumpf. Der entscheidende Einwand liegt in folgendem: Da die beiden Massen in Wirklichkeit ja physikalisch-empirische Strecken zurücklegen, ist es völlig uneinsehbar, daß die eine eine doppelt so große (abzählbar) unendliche Anzahl von Punkten zurücklegt wie die andere. Denn was das *empirische* Durchschreiten einer (abzählbar) aktual unendlichen Anzahl von Punkten betrifft, so gilt heute noch die aristotelisch-scholastische These: Das aktual Unendliche kann nicht durchschritten werden *(infinitum in actu pertransiri nequit)*. Das ist so evident, daß es keines Beweises bedarf. Oder hat schon jemand eine unendliche Menge von Gegenständen sinnlich erfahren, etwa berührt? Es ist deshalb a fortiori unmöglich, daß die Masse B eine doppelt so große Anzahl von unendlich vielen Punkten durchläuft wie die Masse A. Zudem enthält eine physikalisch-empirische Strecke weder ausdehnungslose Punkte noch eine unendliche Anzahl von ihnen (vgl. S. 55–60). Auch deshalb ist es a fortiori unmöglich, daß die eine Strecke eine doppelt so große Anzahl von unendlichen Punkten enthält wie die andere.

---

[27] Bolzano, 1975², S. 27.

Eine andere Lösungsmöglichkeit ließe sich in folgender erblicken: Eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit von Punkten hat keine immanente Metrik, vielmehr wird ihr die Metrik von außen aufgelegt. Das ist die Riemann-Grünbaumsche These von der metrischen Gestaltlosigkeit kontinuierlicher Mannigfaltigkeiten.[28] Nach ihr wäre also die Behauptung, daß die halbe Zeit *nicht gleich* der doppelten ist, ein metrisches, dem Zeitkontinuum externes Resultat. Die Behauptung aber, daß die halbe Zeit *gleich* der doppelten ist, wäre ein dem Kontinuum internes, mengentheoretisches Ergebnis. Da jedoch eine Metrik dem Kontinuum von außen aufgelegt wird, vermag dieses interne Resultat das externe nicht zu erschüttern. So ließe sich der Widerspruch zwischen den beiden Behauptungen vermeiden: Beide sind richtig, aber auf verschiedenen Ebenen.

Doch abgesehen von der immanenten Problematik der Riemann-Grünbaumschen These[29] lassen sich gegen diese Lösung dieselben Einwände geltend machen wie gegen diejenige B. Bolzanos. Einmal ist es aus angegebenem Grund a fortiori unmöglich, daß die eine Strecke eine doppelt so große Anzahl von unendlich vielen Punkten enthält wie die andere. Ferner enthält eine physikalisch-empirische Strecke weder ausdehnungslose Punkte noch eine unendliche Anzahl von ihnen (vgl. S. 55–60). Auch deshalb ist es schon a fortiori unmöglich, daß die eine Strecke eine doppelt so große Anzahl von unendlichen Punkten enthält wie die andere. Diese zweite Lösung macht so ebenfalls noch unkritisch Voraussetzungen des Stadium-Paradoxons mit, ohne sie auf ihre Richtigkeit zu überprüfen.

4. *Gemeinsamkeiten der Lösungsvorschläge*

Alle hier diskutierten Lösungsvorschläge haben gemeinsam, daß ihnen eine klare Herausstellung der physikalisch-empirischen Natur der zu lösenden Probleme und der beiden grundlegenden physikalisch-mathematischen Voraussetzungen, die sie machen, fehlt. Dies gilt nicht nur von diesen, sondern auch von allen anderen Lösungen, die uns bekannt geworden sind. Ferner gelingt es ihnen nicht, diese Paradoxien trotz des aufgewendeten Scharfsinns befriedigend zu lösen, vermutlich deshalb, weil gewisse vorgängige Überlegungen fehlen. Sie versuchen ihr Ziel zu direkt zu erreichen und erreichen es vielleicht deshalb nicht.

Es ließe sich noch einiges gegen sie einwenden, und viele andere angebliche Lösungen ließen sich kritisieren. Doch widerstrebt es uns, mehr als nötig polemisch zu sein, und wir ziehen es vor, zum konstruktiven Teil überzugehen. Schon mit

[28] Grünbaum, 1973, S. 3–65, S. 449–568.
[29] Vgl. z. B. Nerlich, 1976, S. 155–185.

dieser Diskussion von Vorschlägen hoffen wir jedoch gezeigt zu haben, daß die landläufige Meinung, diese Paradoxien seien schon längst gelöst, voreilig ist. In der Tat weisen sie wohl eine unüberwindliche Resistenz gegenüber allen möglichen Lösungen auf, wie deren Wirkungsgeschichte belegt. Denn nicht nur ist dem Verfasser keine befriedigende bekannt geworden, sondern es hat sich auch in der bisherigen Forschung noch keine als gültig allgemein durchgesetzt. Wenn die bisherigen Lösungen aber etwas als gültig erwiesen haben, dann das, daß sich keine als gültig erwiesen hat. Wir neigen deshalb bis zum definitiven Gegenbeweis zur Ansicht, daß Zenons Paradoxien der Bewegung nicht lösbar sind, und möchten in Anlehnung an einen wunderbar subtilen Ausspruch D. Hilberts sagen: Es beschleicht uns ein unangenehmes Gefühl, wenn man sie als gelöst betrachtet.

III. Ausschaltung der Paradoxien

1. Das Zenonische Fundamentalparadox

Nicht nur die diskutierten, sondern alle Lösungsversuche gehen von der Annahme aus, daß es sich bei den Paradoxien um reale Probleme handelt, die es zu lösen gilt. Im Gegensatz zu dieser communis opinio scheint es uns sinnvoller zu sein, einen anderen Weg einzuschlagen. Wir fragen nicht mehr: „Wie können diese Paradoxien gelöst werden?", sondern „Was für Bedingungen müssen erfüllt sein, damit es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt?"

Diese Veränderung der Fragestellung hat den Vorteil, daß sich damit zwei Fliegen auf einen Schlag treffen lassen. Gelingt es nämlich, Bedingungen als plausibel und notwendig hinzustellen, unter denen es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt, dann müssen wir uns auch nicht mehr mit der Lösung dieser Paradoxien abquälen: Wo es diese Schwierigkeiten nicht mehr gibt, brauchen sie auch nicht mehr gelöst zu werden. Erledigen wir die zweite Frage, dann erledigt sich die erste von selbst. Um es metaphorisch zu sagen: Wir versuchen nicht mehr, das Buschwerk von Zenons Paradoxien nur zu beschneiden, sondern mit der Wurzel auszureißen. Denn dann ist es auch nicht mehr nötig, es zu beschneiden.

Um dieses Ziel zu erreichen, müssen wir nicht komplizierter, sondern einfacher als Zenon denken.

Erinnern wir uns dazu zuerst an die beiden grundlegenden Voraussetzungen, die diese Paradoxien machen: (a) Eine Raum- bzw. Zeitstrecke ist kontinuierlich, d.h. hier dicht. (b) Ein Raum- bzw. ein Zeitpunkt ist unteilbar und ausdehnungslos.

Da jedoch eine kontinuierliche Raum- bzw. Zeitstrecke eo ipso ausgedehnt ist, schließen sich die beiden Voraussetzungen – wenigstens unter Bedingung physikalisch begründeter, standardisierter zählbarer Additivität[1] – aus. Wenn (a) gilt, dann gilt nicht (b). Wenn (b), dann nicht (a). Das aber bedeutet: Die beiden fundamentalen Voraussetzungen der analysierten Paradoxien bilden selber ein Paradox.

Die Konjunktion der beiden Voraussetzungen wird nicht nur von der Intuition des gesunden Menschenverstandes, der ja nach Kant nur der durchschnitttliche Verstand eines gesunden Menschen ist, als paradox empfunden. Auch erstrangige Köpfe von Aristoteles über G. Galilei bis hin zu B. Russell und vielen anderen haben sie *so* aufgefaßt. Da in Zenons Fall die angege-

---

[1] Vgl. Grünbaum, 1973, S. 811–813.

bene Bedingung erfüllt ist, dürfen wir hier ihnen *und* dem gesunden Menschenverstand folgen: Weil nämlich Zenons Paradoxien der Bewegung physikalisch-empirische Natur sind, wird von Zenon auch die physikalisch-empirische Natur ihrer Voraussetzungen implizit supponiert (vgl. S. 32–33). Mithin wird die erwähnte Bedingung physikalisch fundierter zählbarer Additivität stillschweigend angenommen. Mithin ist der paradoxe Charakter der Konjunktion erwähnter Voraussetzungen involviert. In der Tat kann die Meinung, daß unendlich viele niederdimensionale Gebilde zu einem höherdimensionalen *addiert* werden können, mit Recht als paradox bezeichnet werden. Erwähnte Konjunktion figuriert denn auch in der Literatur als „Zenons metrisches Paradox der Ausdehnung".

Aus der gegenseitigen Exklusion von (a) und (b) ergibt sich nun folgende neue Erkenntnis: *Sämtliche* vier Paradoxien bilden nur die Oberfläche eines tieferliegenden Paradoxons. Wir nennen es das Zenonische Fundamentalparadox.

Diese Erkenntnis erlaubt auch eine neue Antwort auf die alte Frage, ob eine und wenn ja, welche logische Struktur allen Paradoxien der Bewegung zugrundeliegt. Die Antwort lautet nun: Es gibt eine solche Struktur, und sie besteht im Zenonischen Fundamentalparadox. Wir dürfen zudem vermuten, daß sie auch den Zenonischen Paradoxien der Vielheit zugrundeliegt und diese erst durch das Fundamentalparadox verständlich werden. Doch können wir dieser Vermutung hier nicht weiter nachgehen.

Die Theorie aber, daß die vier Schwierigkeiten ein Dilemma bilden, insofern die ersten beiden die Unmöglichkeit der Bewegung unter Voraussetzung eines Kontinuums und die anderen beiden die Unmöglichkeit der Bewegung unter Voraussetzung eines Atomismus beweisen, ist bereits auf Grund der bisherigen Forschungssituation unhaltbar.[2] Damit fällt aber auch die Theorie dahin, daß sich Pfeil und Stadium gegen einen angeblich pythagoreischen Atomismus richten.[3]

Doch können wir die Dilemma-Theorie nicht nur als destruiert betrachten, sondern auch durch eine neue konstruktive ersetzen, eben durch die vom Zenonischen

---

[2] Die Dilemma-Theorie geht auf Renouvier, I, 1912², S. 42–49, zurück. Sie findet sich in verschiedenen Spielarten bei Brochard, 1912, S. 3–14, Russell, 1926³, S. 159–188 (abgedruckt in Salmon, 1970, S. 45–58), Heath, I, 1921, S. 271–283, Lee, 1967², S. 102–103, Ross, 1936, S. 84, Black, 1954, S. 95–154, Owen, 1975, S. 143–165 (abgedruckt in Salmon, 1970, S. 139–163), Whitrow, 1962, S. 135–152, Grünbaum, 1967, S. 109–114, um nur einige Autoren zu nennen. Sie ist jedoch widerlegt worden durch Calogero, 1970, S. 128–131, Booth, S. 195–196. Barnes, I, 1979, S. 285. Auch unsere Analyse hat keine textliche Evidenz für sie ergeben.

[3] Die Legende von Zenons angeblichem Antipythagoreismus geht auf Tannery, 1885, S. 387–388, zurück und hat weite Verbreitung gefunden, vgl. z. B. Zeuthen, 1912, S. B 43, Hasse-Scholz, 1928, S. 10–12, Lee, 1967², S. 104–105, Cornford, 1951³, S. 53–62, Raven, 1948, S. 66–77, sogar Röd, 1976, S. 128–129, vertritt sie noch. Sie ist jedoch überzeugend widerlegt worden durch Heath, I, 1921, 283, Calogero, 1970, S. 126–127, Heidel, 1940, S. 1–33, Waerden, 1940, S. 141–161, Owen, 1970, S. 153–156, 1975, S. 152–156, Vlastos, 1967, S. 376–377, 1975, S. 166–176, Furley, 1967, 44–56, 75–77.

Fundamentalparadox. Diese Theorie steht nicht nur *nicht* im Widerspruch mit den aristotelischen Textgrundlagen, sondern hat vor der anderen außerdem noch den Vorzug, daß sie den tieferliegenden Grund des paradoxalen Charakters aller vier Paradoxien durch nur *eine* Annahme erklären kann. Die Dilemma-Theorie jedoch steht im Widerspruch zu den aristotelischen Textgrundlagen, braucht *zwei* Annahmen, eine für die ersten beiden und eine für die anderen beiden Paradoxien, und erklärt auch nicht den tieferliegenden Grund des paradoxalen Charakters aller vier Paradoxien. Eine Theorie ist aber um so besser, je ‚mehr' sie durch je ‚weniger' erklären kann. Auch deshalb dürfen wir die vorgeschlagene derjenigen vom Dilemma vorziehen.

Zwar ist das Fundamentalparadox nicht *direkt* als eines der Zenonischen Paradoxa überliefert. Trotzdem können wir es auf Grund der Voraussetzungen, welche die Paradoxien der Bewegung machen, als deren Grundlage postulieren. Daß es Zenon selber schon gekannt hat, ist wahrscheinlich, aber dokumentarisch nicht nachweisbar. Dokumentierbar ist es in gewissem Sinne Aristoteles bekannt (vgl. De gen. et. corr. A2. 316a14–317a17), wenn auch weder von ihm noch u.W. von sonst jemandem als das Fundament von zumindestens allen Zenonischen Paradoxien der Bewegung erkannt worden. Was dabei die aristotelische Textgrundlage zum Fundamentalparadox betrifft, so sei auf die guten Analysen von H.H. Joachim, David J.Furley und Th.G. Sinnige verwiesen,[4] denen wir nichts Entscheidendes hinzuzufügen haben – außer der These vom Fundamentalparadox. Auf dessen aristotelische Lösung wird unten eingegangen.

Das Fundamentalparadox ist aber nicht aus der Luft gegriffen. Wir dürfen vielmehr vermuten, daß es in der Philosophie des Parmenides wurzelt, insofern auch das Sein des Parmenides unteilbar (vgl. VIII. 22) und kontinuierlich bzw. dicht (vgl. VIII. 23–25) ist. Der historische Zenon dürfte nun mittels seinen Schwierigkeiten der Bewegung und wohl auch der Vielheit diese Momente des Parmenideischen Seins auf die physikalisch-empirische Welt der Doxa übertragen haben, was natürlich zu Widersprüchen führen mußte. Denn wenn deren Gegenstände im Parmenideischen Sinne des Wortes „sind", müssen sie u.a. kontinuierlich und unteilbar sein, womit der Ansatz zu den Paradoxien gegeben ist. Zenons Paradoxien der Bewegung gründen so im Fundamentalparadox, dieses aber *dürfte* durch eine Übertragung gewisser Momente des Parmenideischen Seins auf die Welt der Doxa entstanden sein.

Das in der Philosophie des Parmenides verwurzelte Paradox ist aber kein beliebiges Puzzle von rein historischem Interesse. Es liegt nicht nur Zenons Schwierigkeiten der Bewegung und vermutlich auch der Vielheit, sondern unter erwähnter Voraus-

[4] Vgl. Joachim, 1922, S.76–86; Furley, 1967, S. 79–94; Sinnige, 1968, 143–153.

setzung sogar noch unseren modernen Begriffssystemen von Raum und Zeit zugrunde. So hat es, um nur soviel zu sagen, z. B. neben anderen noch der Physiker P. W. Bridgman als Paradox empfunden:

"...if I literally thought of a line as consisting of an assemblage of points of zero length and of an interval of time as the sum of moments without duration, paradox would then present itself."[5]

Wenn wir nun die diskutierten Paradoxien Zenons ausschalten wollen, so müssen wir das Zenonische Fundamentalparadox sinnvollerweise zuerst ausschalten. Denn wir dürfen nicht nur annehmen, daß die diskutierten Schwierigkeiten Oberflächenerscheinungen einer tieferliegenden sind, sondern auch, daß sie durch diese tieferliegende erst entstehen. Solange dieses Fundamentalparadox nicht eliminiert ist, können wir praktisch sicher sein, daß die Oberflächenparadoxien wieder auftauchen. Das wird durch deren rund zweitausendfünfhundertjährige Wirkungsgeschichte bestens belegt. Erst wenn das tieferliegende Paradox radikal eliminiert ist, dürfen wir annehmen, daß auch dessen Oberflächenerscheinungen verschwinden. Die Paradoxien müssen gleichsam nicht nur symptomatisch, sondern ätiologisch behandelt werden.

Die erste Bedingung, die erfüllt sein muß, damit es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt, lautet somit: Das ihnen zugrundeliegende Fundamentalparadox muß radikal ausgeschaltet werden.

Dazu hat Aristoteles einen Versuch vorgelegt, dessen Kerngedanke sich kurz so formulieren läßt: Wenn die vorausgesetzte Punktmenge dicht ist, gibt es einen Sinn, in dem das Prädikat „überall teilbar“ zu Größen gehört und einen Sinn, in dem es nicht zu ihnen gehört. Es gehört nicht zu ihnen, insofern die Punktmenge nicht in allen Punkten zugleich teilbar ist. Es gehört zu ihnen, insofern sie in einem beliebigen Punkt teilbar ist. Nur simultane Teilbarkeit in allen Punkten führt dazu, daß eine Größe in Nichts geteilt werden kann. Nicht aber Teilbarkeit in einem beliebigen Punkt, die nur zu einer Teilung in Kleines und Kleineres führt (vgl. De gen. et corr. A 2. 317 a 2–17). Unter Voraussetzung des zweiten Sinnes kommt es also nicht mehr zum Fundamentalparadox.

Doch gegen diese bewundernswert feinsinnige Lösung läßt sich zumindestens folgendes geltend machen:

Sie nimmt stillschweigend an, daß eine Größe nicht aktual aus Punkten besteht, sondern daß diese nur potentiale Einschnitte sind (vgl. Phys. Δ 13. 222 a 14). Doch da nach Aristoteles Potentialität Aktualität voraussetzt (vgl. Metaph. Θ. 1049 b 4–1051 a 3), setzen diese potentialen Einschnitte aktuale voraus. Besteht aber eine Größe aus wirklichen Punkten von der Ausdehnung Null, so hat sie unter angegebe-

[5] Bridgman, 1949, S. 490, zitiert in Grünbaum, 1967, S. 116.

ner Präsupposition ebenfalls die Größe Null. Schon aus diesem Grund schaltet die aristotelische Lösung das Fundamentalparadox keineswegs aus. In der Tat wird denn auch mit Recht das Paradox bei einer dichten oder abzählbaren unendlichen Punktmenge noch heute behauptet. So schreibt A. Grünbaum:

"Thus, if any infinite set of *rational* points were regarded as constituting an extended line segment, then the customary mathematical theory under consideration could assert the length of that merely denumerable point set to be greater than zero only at the cost of permitting itself to become selfcontradictory!"[6]

Um diesen Widerspruch zu vermeiden, hat er einen ausführlichen Versuch unternommen. Daß er dabei irrtümlicherweise das Zenonische Fundamentalparadox mit einigen anderen Autoren für eines der Vielheit hält, ist ihm nicht anzulasten, da er bewußt ahistorisch vorgeht. Doch erkennt auch er nicht, daß es allen anderen Paradoxien der Bewegung zugrundeliegt. In seinem Lösungsversuch läßt sich A. Grünbaum von einer durch G. Cantor bestimmten mengentheoretischen Analyse des mathematischen Kontinuums leiten und versucht, diese auf den physikalischen Raum und die physikalische Zeit anzuwenden. Er geht dabei davon aus, daß die Gesamtheit der auf einer Strecke gelegenen Punkte mengentheoretisch als eine *nicht* abzählbar unendliche Menge aufzufassen sei. Eine *nicht* abzählbar unendliche Menge von ausdehnungslosen Punkten bzw. degenerierten Subintervallen jedoch läßt sich nicht arithmetisch addieren, aber mengentheoretisch so vereinigen, daß das Paradox nicht mehr entsteht:

"Though the finite interval (a, b) is the union of a continuum of degenerate subintervals, *we cannot meaningfully determine its length in our theory by 'adding' the individual zero lengths of the degenerate subintervals.* We are here confronted with an instance in which set-theoretic addition (i.e., forming the union of degenerate subintervals) is meaningful while arithmetic addition (of their lengths) is not."[7]

A. Grünbaums Lösung hängt so wesentlich davon ab,

"...that our theory does *not* assign any meaning to 'forming the arithmetic sum', when we are attempting to 'sum' a *super-denumerable* infinity of individual numbers (lenghts)!"[8]

Für die weitere Ausarbeitung dieses Grundgedankens sei auf A. Grünbaums Text selber verwiesen.

Doch läßt sich gegen diese Lösung einiges einwenden. Wir wollen dabei völlig davon absehen, daß sie weder anschaulich nachvollziehbar noch sehr einfach ist, auf einem bloßen Sinnverbot beruht, sich auf eine umstrittene Kontinuumstheorie abstützt und schließlich auch einer teilweisen Selbstkritik unterworfen worden ist.[9]

---

[6] Grünbaum, 1967, S. 130–131; Salmon, 1970, S. 194.

[7] Grünbaum, 1967, S. 130; Salmon, 1970, S. 193.

[8] Grünbaum, 1967, S. 129; Salmon, 1970, S. 193.

[9] Grünbaum, 1973, S. 808–820.

Denn das sind in gewissem Sinne alles noch keine prinzipiellen Einwände. Entscheidender ist folgendes:

Um die mengentheoretische Analyse des linearen Kontinuums G. Cantors auf eine physikalische Raum- bzw. Zeitstrecke anwenden zu können, muß A. Grünbaum ein Axiom voraussetzen, das die Punkt-für-Punkt-Entsprechung oder Äquivalenz von linearem Kontinuum und physikalischer Raum- bzw. Zeitstrecke verlangt.[10] Da jedoch der Läufer, Achilles, der Pfeil und die Massen des Stadiums in Wirklichkeit physikalisch-empirische, nicht mathematische Strecken durcheilen, ist auch die im Fundamentalparadox vorausgesetzte Raum- bzw. Zeitstrecke physikalisch-empirischer Natur. Zwischen einem linearen Kontinuum und einer physikalisch-empirischen Raum- bzw. Zeitstrecke bestehen jedoch Asymmetrien:

Einmal haben physikalisch-empirische Punkte nicht die Ausdehnung Null. Das hat z.B. J.O. Wisdom klar hervorgehoben: "*A physical point, unlike a mathematical point, has some size, though this may be as small as we please.*"[11]

Ferner ist eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke jedenfalls nicht im Sinne G. Cantors kontinuierlich. Sie besteht offenbar nicht aus einer überabzählbaren, aktual unendlichen Menge von Punkten. Denn eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke muß irgendwie der Sinneserfahrung zugänglich sein und insofern auch nächste Raum- bzw. Zeitpunkte enthalten. Das lineare Kontinuum G. Cantors ist aber offensichtlich nicht der Sinneserfahrung zugänglich, noch gibt es in ihm nächste Punkte, was es schon in einer abzählbaren unendlichen oder dichten Punktmenge nicht mehr gibt. Deshalb ist eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke auch nicht im Sinne des Aristoteles kontinuierlich.

Dazu eine Anekdote. Als sich der junge C.F. v. Weizsäcker mit Mengenlehre in der Meinung befaßte, sie sei fundamental und philosophisch interessant, soll ihm sein Lehrer W. Heisenberg geantwortet haben:

> "'No, it is all nonsense. Whatever the mathematicians may tell you, you should not believe that there is such a thing as an actually infinite point set. Can you think you would be able to observe it?"[12]

Zwischen der physikalisch-empirischen, d.h. letztlich irgendwie sinnlich erfahrbaren Raum-Zeit-Welt und dem linearen Kontinuum G. Cantors bestehen eben Asymmetrien: Eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke enthält weder ausdehnungslose Punkte noch gar eine überabzählbar und aktual unendliche Menge davon. Deshalb ist A. Grünbaums Lösung des Zenonischen Fundamentalparadoxes auf eine physikalisch-empirische Strecke nicht *tale quale adäquat* anwendbar und

---

[10] Vgl. Waismann, 1970³, S. 192; Salmon, 1975, S. 62.

[11] Wisdom, 1970, S. 88.

[12] Castell, Drieschner, Weizsäcker, 1977, S. 13.

deshalb für unsere Zwecke unbrauchbar, – auch wenn sie mathematisch völlig korrekt ist. Ihre Unangemessenheit wird auch dadurch bestätigt, daß sie noch nicht die vier Paradoxien der Bewegung ausschaltet. Analoges läßt sich auch gegen mathematische Lösungen mit der Integralrechnung dartun, wonach sich eine Strecke als Summe von unendlich vielen Summanden, welche unendlich klein sind, beschreiben und dieser vage Begriff sich seinerseits exakt als einen Grenzwert definieren läßt, der dann durchaus eine positive Zahl sein kann.

Die Unangemessenheit der mathematischen Lösungen legt aber nahe, daß die Ausschaltung nicht auf mathematischer, sondern auf physikalisch-empirischer Ebene zu erfolgen hat. Diese Vermutung wird insofern erhärtet, als sich die Probleme, um den entscheidenden Punkt zu wiederholen, ja nicht auf mathematischer, sondern auf physikalisch-empirischer Ebene stellen.

Die zweite Bedingung, die erfüllt sein muß, damit es nicht mehr zu den analysierten Paradoxien kommt, lautet somit: Das ihnen zugrundeliegende Fundamentalparadox muß auf physikalisch-empirischer Ebene ausgeschaltet werden. Das involviert: Die Bedingung physikalisch fundierter, zählbarer Additivität muß bei der Ausschaltung beibehalten bleiben. M. a.W.: Das Paradox muß zwar ausgeschaltet, die entscheidende Bedingung, unter der es entsteht, aber gewahrt werden. Dies jedoch scheint unmöglich zu sein.

2. Ausschaltung des Zenonischen Fundamentalparadoxes und der Bewegungsparadoxien

Doch es ist möglich. Um das zu zeigen, geben wir die mathematische Definition des physikalischen Raum- bzw. Zeitpunktes auf und treffen folgende operationalistische, definitorische *Festsetzungen*: Ein physikalisch-empirischer Raumpunkt ist eine atomare, endlich kleine Längen-, ein physikalisch-empirischer Zeitpunkt eine atomare, endlich kleine Zeiteinheit. Deren genaue Bestimmung ist nicht Sache der Philosophie, sondern der Empirie. Wie im folgenden aber sichtbar wird, erledigen sich mit diesen Definitionen schlagartig sowohl das Zenonische Fundamentalparadox als auch die vier Paradoxien der Bewegung.

Wir wollen aber zuerst einen Einwand beantworten. Sind diese Definitionen nicht reine Phantasie? Gibt es nicht zu jeder noch so kleinen atomaren Längen- und zu jeder noch so kleinen atomaren Zeiteinheit eine noch kleinere, usw. ad inf., so daß es gar keinen Sinn hat von atomaren, endlich kleinen Raum- und Zeiteinheiten zu reden? Das ist in gewissem Sinne richtig, in einem anderen Sinne aber falsch.

Theoretisch gesehen, gibt es keine atomaren, endlich kleinen Raum- und Zeiteinheiten, vielmehr lassen sich zu jeder noch so kleinen Länge und zu jeder noch so kleinen Zeit noch kleinere Längen und Zeiten hinzu*denken*. Zudem ist die Idee einer im absoluten Sinne „kleinsten Länge" und damit eng verbunden einer „kleinsten Zeit" schon aus relativistischen Gründen nicht durchführbar[13], es sei denn, man sähe in ihnen Naturkonstanten. Theoretisch gesehen, hat also J. O. Wisdom recht, wenn er meint: *"A physical point, unlike a mathematical point, has some size, though this may be as small as we please."*[14]

Doch die Frage ist nicht, ob ein physikalisch-empirischer Punkt theoretisch-mathematisch, sondern ob er realiter, in der empirischen Wirklichkeit, beliebig klein sein kann. Realiter gesehen, hat jedoch J. O. Wisdom nicht recht, wenn er einen physikalischen Punkt beliebig, mithin auch aktual unendlich klein sein läßt. U.a. deshalb ist ebenfalls er mit dem Achilles nicht fertig geworden, wiewohl er freilich unserer Ausschaltung sehr nahe gekommen ist. Denn realiter gesehen, gibt es nicht unendlich kleine physikalisch-*empirische* Raum- und Zeitpunkte. Dazu führen wir zwei Argumente an:

a) Ein physikalisch-empirischer, ausgedehnter Raum- bzw. Zeitpunkt muß im Unterschied zu einem physikalisch-mathematischen, ausdehnungslosen ex vi termini empirisch nachweisbar sein. Aktual unendlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte sind jedoch nicht mehr empirisch nachweisbar. Denn unsere Sinneserfahrung, geschehe sie unbewaffneten oder noch so bewaffneten Auges, gelangt einmal an eine untere Grenze, unterhalb derer sie nichts mehr distinkt wahrnehmen kann. Wo diese Grenze liegt und ob sie scharf ist, sind Fragen, die wir hier nicht zu beantworten haben. Entscheidend ist nur, daß es sie gibt. Wären nun physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte aktual unendlich klein, so wären sie nicht mehr empirisch nachweisbar, ein offenkundiger Widerspruch. Zudem zeigt ja schon die spezielle Relativitätstheorie, daß der Gegenwartsbereich nicht unendlich klein, sondern endlich klein ist. Was sich vom empirischen „Jetzt" sagen läßt, läßt sich aber auch prinzipiell vom „Hier" erzählen. Auch es ist nicht aktual unendlich klein, wenn es empirisch nachweisbar sein soll.

b) Ein physikalisch-empirischer Raum- bzw. Zeitpunkt muß direkt meßbar sein. Denn Länge und Zeit gehören ja zu den primitiven Größen, die nicht durch andere definiert werden. Aktual unendlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte *hätten* jedoch *zumindestens* irrationale Zahlenwerte. Wie nämlich die unendliche Teilbarkeit einer Strecke zwar zu beliebig endlichen kleinen, aber *nicht* zu aktual unendlich kleinen Teilen führt (vgl. S. 39, Anm. 11), so entsprechen auch der unendlichen, d.h. unbegrenzt fortsetzbaren rationalzahligen Folge 1/2, 1/4, 1/8, ... zwar beliebig endlich kleine, aber *nicht* aktual unendliche kleine Räume und Zeiten. Irrationale Zahlen

---

[13] Vgl. March, 1948, S. 182.

[14] a.a.O.

sind aber nie das Ergebnis einer direkten Messung. Denn wie sehr man auch die Meßgeräte vervollkommnen mag, die mit ihrer Hilfe gewonnenen Messungen können niemals zu dem Resultat führen, daß ein Meßwert nicht eine rationale, sondern eine irrationale Zahl ist. Irrationale Zahlen werden nämlich nicht im Zusammenhang einer direkten Messung, sondern einer theoretischen Berechnung eingeführt, wie R. Carnap einmal treffend bemerkt.[15] A fortiori können nicht aktual unendliche kleine Räume und Zeiten mit ultrareellen Zahlenwerten, wie sie in nichtarchimedischen Größensystemen vorkommen, direkt gemessen werden. Die physikalisch-empirischen Raum- bzw. Zeitpunkte müssen jedoch auf Grund von Empirie und direkter Messung eingeführt werden. Also können sie nicht aktual unendlich klein sein.

Im übrigen behauptet nicht einmal die Analysis die mathematische, geschweige denn die empirische Existenz des aktual Unendlichkleinen. Vielmehr ist, wie z. B. A. Fraenkel in seiner „Einleitung in die Mengenlehre“ feststellt, dem potentiellen, in Wirklichkeit auf Endliches reduzierbaren Unendlichkleinen der Analysis ein aktual Unendlichkleines nicht zur Seite getreten. Man schreibt ihm vielmehr im Grunde schon seit Leibniz und Newton – von Ausnahmen wie z. B. dem Neukantianismus abgesehen – nur den Wert einer Fiktion oder Redeweise zu. Wenn auch die Nonstandardanalysis A. Robinsons hier eine Änderung gebracht hat, so geht man doch nicht so weit, die empirische Existenz des aktual Unendlichkleinen zu behaupten. Denn wie sollte das beweisbar sein?

Doch können physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte auch nicht potential unendlich klein, d. h. in Wirklichkeit beliebig endlich klein werden. Sie können nämlich nicht im physikalisch-empirischen Sinne unendlich geteilt werden, so daß aus ihnen abzählbar unendlich viele Raum- bzw. Zeitstücke entstehen würden, die jedoch alle nur rationale Zahlenwerte hätten. Dazu führen wir wieder zwei Argumente an:

a) Wäre ein physikalisch-empirischer Raum- bzw. Zeitpunkt realiter unendlich teilbar, so müßten wir Menschen oder eine Maschine unendlich viele physikalisch-empirische Aufgaben physikalisch-empirisch vollenden können. Dies ist jedoch nicht nur technisch, sondern schon aus folgendem Grunde unmöglich: Empirie ist in Wirklichkeit endlich, ein Erfahrungssatz, der noch nie falsifiziert worden ist. Mit Recht können z. B. D. Hilbert und P. Bernays festhalten:

„Sehen wir aber näher zu, so werden wir gewahr, daß überall, wo wir im Gebiet der Sinnesqualitäten oder in der physikalischen Wirklichkeit unendliche Mannigfaltigkeiten anzutreffen glauben, von einem eigentlichen Vorfinden einer solchen Mannigfaltigkeit keine Rede ist, daß vielmehr die Überzeugung von dem Vorhandensein einer solchen Mannigfaltigkeit auf einer gedanklichen Extrapolation beruht, deren Berechtigung jedenfalls ebensosehr der Prüfung bedarf wie die Vorstellung von der Totalität der Zahlenreihe.“[16]

---

[15] Carnap, 1969, S. 94.

[16] Hilbert-Bernays, 1934, S. 15–16, vgl. Kaufmann, 1930, S. 114–115.

b) Die reale Vollendung unendlich vieler, physikalisch-empirischer Aufgaben ist aber auch theoretisch unmöglich. Dafür ließe sich eine ganze Reihe von Argumenten aufzählen. Der Kürze und Einfachheit halber beschränken wir uns auf folgendes, das uns – richtig qualifiziert verstanden – unwiderleglich erscheint. Den Ausdruck „vollenden" dürfen wir ungezwungen so gebrauchen, daß er bedeutungsäquivalent ist mit „beenden", d.h. hier alle Aufgaben mitsamt der letzten erfüllen. Diese Bedeutung wirkt natürlich und steht jedenfalls nicht im Widerspruch mit dem alltäglichen Sprachgebrauch. Eine unendliche Anzahl physikalisch-empirischer Aufgaben ist jedoch nur im potentialen Sinne unendlich. Denn wäre sie aktual unendlich, so läge sie vollendet vor. Das widerspricht jedoch dem Grundsatz, daß unsere Sinneserfahrung aktual endlich ist. Ist aber eine unendliche Anzahl physikalisch-empirischer Aufgaben nur potential unendlich, so enthält sie keine letzte. Denn das potential Unendliche wird seit Aristoteles als nicht abgeschlossen definiert (vgl. Phys. Γ 6. 207a7–8). Da nun eine potential unendliche Anzahl von Aufgaben per definitionem keine letzte enthält, kann sie nicht vollendet werden. *Dieses* Argument scheint uns deshalb unwiderleglich zu sein, da es sich durch fundierte Bedeutungspostulate immer so konstruieren läßt, daß ein logischer Widerspruch herauskommt. Wegen dieses Argumentes beruhen auch Unendlichkeitsmaschinen auf einer contradictio in adjecto.

Aus dem ersten Paar von Gründen dürfen wir folgern, daß physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte nicht unendlich klein sind. Sind sie aber nicht unendlich klein, so endlich klein. Aus dem zweiten Paar von Gründen dürfen wir folgern, daß auch endlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte nicht unendlich teilbar sind. Also stoßen wir einmal auf physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte, die wir nicht mehr weiter teilen können und die deshalb unteilbar sind.

Der tieferliegende gemeinsame Grund aber, weshalb es weder unendlich kleine noch unendlich teilbare physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte gibt, läßt sich so formulieren: Das unendlich Kleine wie das unendlich Teilbare entstehen im Grunde durch die rätselhafte menschliche Fähigkeit der Negation. Statt „unendlich Kleines" ließe sich denn auch sagen „nicht endlich Kleines" und statt „unendlich Teilbares" „nicht endlich Teilbares". Dem Zeichen der Negation „nicht" bzw. dem in *gewissen* Fällen funktionsäquivalenten Präfix „un-" entspricht jedoch kein Gegenstand in der physikalisch-empirischen Wirklichkeit. Denn es ist kein kategorematisches Zeichen für einen sinnlich wahrnehmbaren Gegenstand, sondern ein synkategorematisches Zeichen, das überhaupt kein Name für einen Gegenstand, geschweige denn für einen sinnlich wahrnehmbaren ist.

Mit Recht, wenn auch aus etwas anderen Gründen, kann so D. Hilbert schreiben:

„Was den Begriff ‚Unendlich' betrifft, so müssen wir uns klarmachen, daß ‚Unendlich' keine anschauliche Bedeutung und ohne nähere Untersuchung überhaupt keinen Sinn hat. Denn es gibt überall nur endliche Dinge. ---. Wenn auch in der Wirklichkeit Fälle von sehr großen Zahlen oft vorkommen, z.B. die Entfernungen der Sterne in Kilometern oder die Anzahl der wesentlich verschiedenen möglichen Schachspiele, so ist doch die Endlosigkeit oder die Unendlichkeit, weil sie eben die Negation eines überall herrschenden Zustandes ist, eine ungeheuerliche Abstraktion – ausführbar nur durch die bewußte oder unbewußte Anwendung der axiomatischen Methode."[17]

Und in gewissem Sinne prophetisch ist, wie bald erhellt, folgende These D. Hilberts im berühmten Vortrag „Über das Unendliche":

„Die unendliche Teilbarkeit eines Kontinuums ist nur eine in Gedanken vorhandene Operation, nur eine Idee, die durch unsere Beobachtungen der Natur und die Erfahrungen der Physik und Chemie widerlegt wird."[18]

Aus all diesen Gründen können wir unsere Festsetzungen des physikalisch-empirischen Raum- und Zeitpunktes als wenigstens negativ gesichert betrachten.

Sind sie aber gesichert, so zieht das eine wichtige Folgerung nach sich. In der physikalisch-empirischen Raum-Zeit-Welt gibt es nicht nur nicht aktual unendlich kleine oder aktual unendlich geteilte Räume und Zeiten, sondern auch nicht potential unendlich kleine oder potential unendlich teilbare Räume und Zeiten. Nicht nur das eine, sondern auch das andere ist aus der erfahrbaren Raum-Zeit-Welt ins Reich der Ideen (im Kantischen Sinne) oder Fiktionen zu verweisen, was im folgenden noch deutlicher wird.

Das Postulat der Dichte gilt also höchstens von einem physikalisch-mathematischen, nicht aber von einem physikalisch-empirischen Raum und einer physikalisch-empirischen Zeit. Es kann deshalb auch nicht empirisch bewiesen werden, wie es etwa A. Grünbaum für die Zeit tut, *wenn* er folgendes Prinzip bemüht:

"Specifically, we have invoked the following empirical principle: Two spatially separated events E and E' cannot be causally connected, and hence cannot be genidentical, unless there exists a spatially continous set of events to which they belong and which thereby links them spatially. And it is entirely intelligible physically that relations of genidentity exist between events in a network of symmetrical causal connectedness or dependence that *involves spatial continuity*."[19]

Falls sich überhaupt *so* die Dichte der physikalischen Zeit beweisen läßt, dann zweifelsohne nur die Dichte einer physikalisch-mathematischen, nicht einer physikalisch-empirischen Zeit. Denn auch „a spatially continous set of events" gibt es nicht in einem physikalisch-empirischen, sondern nur in einem physikalisch-mathematischen Raum.

Doch wird man vielleicht einwenden: Sind die aufgezählten Gründe gegen unendlich kleine und unendlich teilbare Räume und Zeiten nicht bloß abstrakte philosophische Überlegungen, denen jeder Kontakt zur physikalischen Forschung fehlt?

---

[17] Hilbert, 1935, III, S. 380.

[18] Hilbert, 1926, S. 164.

[19] Grünbaum, 1967, S. 62.

Genau das Gegenteil ist der Fall. Wir sind nämlich nicht nur in der Lage, unsere Festsetzungen negativ und abstrakt, sondern auch positiv und konkret durch den Hinweis auf neueste Ergebnisse physikalischer Forschung zu begründen:

Vor mehr als 40 Jahren wurde von W. Heisenberg und A. March die Vermutung ausgesprochen, daß es eine atomare und endlich kleine Längeneinheit von der Größe 10^{-13} cm gibt.[20] Durch sie sollten sich die sogenannten Divergenzschwierigkeiten in relativistischen Feldtheorien vermeiden lassen.

Das sind Schwierigkeiten, die sich – grob gesagt – u. a. daraus ergeben, daß nach der speziellen Relativitätstheorie es eine scharfe raum-zeitliche Grenze zwischen den Ereignissen, von denen wir erfahren können und von denen wir nicht mehr erfahren können, gibt. Die ersteren gehören dabei der Vergangenheit, die letzteren der Zukunft an. Die Existenz einer solchen scharfen Grenze paßt aber schlecht zu der Struktur physikalischer Vorgänge, die sich durch die Quantentheorie enthüllt hat. Aus den Unbestimmtheitsrelationen geht nämlich hervor, daß eine Ortsbestimmung einen umso schärferen Eingriff erfordert, je genauer sie vorgenommen werden soll. Eine unendlich scharfe Ortsbestimmung würde sogar einen unendlich großen Eingriff voraussetzen und kann daher gar nicht realisiert werden. Die von der Realativitätstheorie behauptete scharfe Grenze führt also zu Unzuträglichkeiten beim Versuch der quantentheoretischen Formulierung physikalischer Vorgänge.[21]

Die Größe 10^{-13} cm wird dadurch nahegelegt, daß in der Mikrophysik immer wieder ein Wert von der Größenordnung 10^{-13} cm begegnet.[22] Sie wäre die dritte Naturkonstante neben dem Planckschen Wirkungsquantum und der Lichtgeschwindigkeit und insofern relativistisch invariant. Seit der speziellen Relativitätstheorie sind nun Raum und Zeit nicht mehr voneinander unabhängige Größen, sondern die Zeit ist, grob gesprochen, eine Funktion des Raumes. So liegt die Vermutung nahe, daß die Existenz einer atomaren Länge von der Größenordnung 10^{-13} cm auch die Existenz einer atomaren Zeiteinheit von der Größenordnung 10^{-24} s zur Folge hätte. Das ist nämlich gerade die Zeit, die das Licht braucht, um die Entfernung 10^{-13} cm zurückzulegen. *Neueste Forschungen haben nun ergeben, daß sich eine solche Zeiteinheit experimentell nachweisen läßt.*[23] Auch die Existenz einer atomaren, endlich kleinen Zeiteinheit kann so empirisch abgestützt werden, was auch ein Grund für die Existenz einer als atomar definierten, endlich kleinen Länge ist. Man nennt dabei diese fundamentale Länge „Hodon" (von ὁδός = Weg) und das fundamentale Zeitintervall „Chronon" (von χρόνος = Zeit).

Unsere Festsetzungen lassen sich so nicht nur theoretisch, sondern auch empirisch begründen.

---

[20] Vgl. Heisenberg, 1938, S. 20–32, 1971, S. 20–42; March 1948, S. 175–206, 1951, S. 276–289; Jammer, 1960, S. 208–211; Gosztonyi, 1976, I, S. 699–703.

[21] Vgl. Heisenberg, 1971, S. 32.

[22] Vgl. die in Anm. 20 genannten Arbeiten. Für Kurzinformation, Gosztonyi, a. a. O.

[23] Schwarz, 1978, S. 183–184.

Wer sie angreifen wollte, hat also mindestens folgendes zu leisten:

(1) Er hat zu zeigen, daß unendlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte empirisch nachweisbar sind und mithin A. Einstein fundamental irrte, als er den Gegenwartsbereich als nicht unendlich klein beschrieb. Da diese These aber bekanntlich von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit abhängt, hat er nachzuweisen, daß die Lichtgeschwindigkeit nicht konstant ist.

(2) Er hat zu zeigen, daß auch die Größen mit ultrareellen Zahlenwerten direkt und genau meßbar sind.

(3) Er hat durch ein zwingendes Beispiel zu zeigen, daß es möglich ist, unendlich viele physikalisch-empirische Aufgaben physikalisch-empirisch, bzw. technisch zu erfüllen. Er hat also eine Unendlichkeitsmaschine zu konstruieren.

(4) Er hat zu zeigen, daß eine potential unendliche Anzahl von Aufgaben, die per definitionem keine letzte enthält, im gekennzeichneten Sinne vollendet werden kann, also doch eine letzte enthält.

(5) Er hat zu zeigen, daß das Zeichen der Negation und funktionsäquivalente Ausdrücke Namen für empirisch nachweisbare Gegenstände sind.

(6) Er hat D. Hilberts Finitismus – hinsichtlich der empirischen Welt zu widerlegen.

(7) Er hat zu zeigen, daß sowohl die theoretischen Überlegungen als auch die experimentellen Ergebnisse, die zur Annahme eines Hodons von 10^{-13} cm und eines Chronons von 10^{-24} s führten, falsch sind.

(8) Er hat zu zeigen, daß es verboten ist, physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitpunkte definitorisch so festzusetzen, wie wir es getan haben, mithin daß das Prinzip von der Definitionsfreiheit hier aufgehoben ist.

Solange diese Argumente nicht restlos widerlegt sind, können wir unsere Festsetzungen aufrechterhalten. Doch gesetzt, sie wären restlos widerlegt. Es gäbe noch weitere Argumente, z.B. Erwägungen aus der quantenmechanischen Meßtheorie, die für unsere Festsetzungen sprechen. Es würde aber zu weit führen, sie *hier* zu äußern.

Mit diesen Festsetzungen erledigen sich nun das Zenonische Fundamentalparadox und damit auch die analysierten vier Paradoxien der Bewegung auf einen Schlag.

Zeigen wir das zuerst am Fundamentalparadox: Ist ein Raum- bzw. Zeitpunkt eine atomare, endlich kleine Längen- bzw. Zeiteinheit, so bildet eine Raum- bzw. Zeitstrecke von endlicher Ausdehnung kein unendlich teilbares Raum- bzw. Zeitkontinuum mehr, sondern ein in endlich viele Teile teilbares Raum- bzw. Zeitdiskontinuum. Damit wird aber auch der Widerspruch im Fundamentalparadox ausgeschaltet: Denn die Aussagen (a′) „Ein Raum- bzw. Zeitpunkt ist eine atomare, endlich kleine Längen- bzw. Zeiteinheit" und die Aussage (b′) „Eine Raum- bzw. Zeitstrecke von endlicher Ausdehnung ist ein in endlich viele Teile teilbares Raum- bzw. Zeitdiskontinuum" schließen sich nicht aus, sondern bedingen sich. Es gilt also nicht mehr: Wenn (a), dann nicht (b). Wenn (b), dann nicht (a). (vgl. S. 50). Es gilt vielmehr: Wenn (a′), dann (b′). Wenn (b′), dann (a′).

Auf diese Weise verschwinden auch die analysierten vier Paradoxien der Bewegung. Das von der Dichotomie, da der Halbierungsprozeß nicht mehr unendlich fortgesetzt werden kann. Das vom Achilles, da Achilles einmal den Punkt erreichen wird, von dem aus das gemächliche Tier startet. Das vom Pfeil, da der Pfeil in jedem Zeitpunkt schon eine Zeitstrecke durcheilt. Das vom Stadium, da die beiden Massen ja nicht mehr eine unendliche Anzahl, sondern nur noch eine endliche Anzahl von Zeit- bzw. Raumpunkten zu durchlaufen haben. Wie wir in einer weiteren Arbeit zu zeigen hoffen, erledigen sich damit auch die Zenonischen Paradoxien der Vielheit.

Betonen möchten wir freilich, daß wir mit den gegebenen definitorischen Festsetzungen die Paradoxien nicht gelöst, sondern nur ausgeschaltet haben. Doch haben wir das so getan, daß sie auch nicht mehr gelöst zu werden brauchen. Denn die Widersprüche, auf denen sie beruhen, gibt es nur in Gedanken, nicht aber in der physikalisch-empirischen Raum-Zeit-Welt. Pointierter gesagt: Das Drama findet nur in unserer Einbildung statt. Wo sich die Paradoxien aber wirklich abspielen, gibt es sie nicht. Nur wo sie sich nicht wirklich abspielen, gibt es sie. Die Paradoxien aber müssen dort gelöst werden, wo sie sich wirklich abspielen, auf physikalisch-empirischer Ebene. Da es sie dort jedoch nicht gibt, müssen sie auch dort nicht gelöst werden. Wer das jetzt noch tun will, mißversteht nicht nur fiktive Probleme als reale, sondern projiziert Voraussetzungen in die physikalisch-empirische Raum-Zeit-Welt, die durch diese eindeutig dementiert werden.

Zudem: Abgesehen davon, daß die sogenannten Lösungen meist nicht weniger problematisch als die zu lösenden Probleme sind, hat diese Ausschaltung ihnen gegenüber den Vorzug der Einfachheit und Einheitlichkeit, erledigt sie doch die *vier* Paradoxien der Bewegung auf *einen* Streich.

Wenn auch diese Ausschaltung einfach ist, so nicht, sie zu finden. Denn um es paradox zu sagen: Die Schwierigkeit liegt darin, das Einfache zu finden. Das wird dadurch bestätigt, daß sie in unserem Jahrhundert, das sich wohl so intensiv wie kein anderes mit diesen Paradoxien befaßt hat, weitgehend, wenn nicht fast ausnahmslos, übersehen wurde,[24] obwohl sie grundsätzlich uralt ist. Sie scheint nämlich im Prinzip die erste historische Antwort auf das Dichotomie-Paradox gewesen

---

[24] In unserem Jahrhundert gelangt J. O. Wisdom hinsichtlich des Achilles in die Nähe der atomistischen Lösung, vgl. Wisdom 1970, S. 82–88. Deutlicher hat sie hinsichtlich des Achilles vor Wisdom schon Weiss, 1938, S. 237–241, formuliert. Im letzten Jahrhundert hat insbesondere Évellin eine in gewissen Punkten ähnliche vertreten, vgl. Évellin, 1881, S. 65–78. Bei Wisdom, Weiss und Évellin wird aber ein richtiger Ansatz weder theoretisch noch empirisch zureichend begründet, weshalb sich deren Lösungen auch nicht durchgesetzt haben. Alle drei mißverstehen zudem eine Ausschaltung als Lösung. Doch möchten wir trotzdem nachdrücklich auf diese wertvollen Arbeiten hinweisen. Die Anregung zur atomistischen Ausschaltung verdanken wir jedoch nicht den erwähnten Arbeiten noch ihren antiken Vorläufern, sondern einer mündlichen Mitteilung von W. Lutz, der unabhängig von ihnen den Achilles durch Einführung von Raumatomen ausgeschaltet hat.

zu sein, die wir vermutlich den Atomisten Leukipp und Demokrit verdanken (vgl. Aristoteles. Phys. A3. 187 a1–3).[25] Leukipp soll ja Zenon gehört haben (vgl. D/L. IX. 30). Auch dürfen wir vermuten, daß die freilich nicht direkt überlieferte, von Aristoteles Platon zugeschriebene Theorie der „unteilbaren Linien" (vgl. Metaph. A9.992a20–22) u.a. gegen Zenons Dichotomie-Paradox gerichtet war.[26] Was aber das Stadium betrifft, so findet sich bei Lukrez ein Argument, das sich als Antwort auf dessen Herausforderung verstehen läßt:

„Außerdem: Wenn es ein Kleinstes nicht gibt, wird auch noch der feinste / Körper bestehen an Zahl aus je unendlichen Teilen, / da ja die Hälfte der Hälfte wird jeweils immer besitzen / wieder die Hälfte und nichts kann vorher setzen ein Ende. / Was wird zwischen dem All und dem Kleinsten für Unterschied sein dann? / Nichts wird der Unterschied sein. Denn mag die Summe auch noch so / endlos sein aus dem Grunde, so wird, was am kleinsten der Teile, doch im gleichen Grad aus unendlichen Teilen bestehen. / Da das richtige Denken hier Einspruch erhebt und bestreitet, / dass es die Seele zu glauben vermag, muss besiegt du gestehen, / dass es sie gibt, die mit keinerlei Teilen mehr sind versehen / ..." (De rerum natura. I. 615–625. Übersetzung von K. Büchner).

Dieses Argument wird in der Regel auf eine stoische Doktrin bezogen. David J. Furley macht demgegenüber aufmerksam, daß sich der zurückgewiesene Gedanke schon bei Anaxagoras findet. (D/K. 59. B3).[27] Da wir jedoch diesen Anaxogoreischen Gedanken auf das Stadium zurückführen konnten, vermuten wir, daß sich auch das Lukrezsche Argument letztlich gegen das Stadium richtet, wenn auch durch viele Vermittlungen hindurch.

Wie dem auch sei, schon die Einführung von Atomen, um dem Dichotomie-Paradox zu entgehen, ist für damals eine großartige wissenschaftliche Leistung. Denn nicht nur mußte man zuerst einmal auf diese Hypothese kommen, sondern es bedurfte auch eines intellektuellen Mutes und echt wissenschaftlichen Instinkts, um sie gegenüber der scheinbar viel plausibleren unendlichen Teilbarkeit aus bloßen Gründen der Einfachheit und Widerspruchsfreiheit aufrechtzuerhalten. Mit Recht kann so S. Luria schreiben:

„Eine große Geisteskraft brauchte man in der Tat damals dazu, um die scheinbar durchaus offensichtliche Tatsache der unendlichen Teilbarkeit, nur weil sie das Konstruieren eines widerspruchslosen Weltbildes verhindert, zu leugnen, nicht aber dazu, um diese Tatsache zu behaupten."[28]

---

[25] Vgl. Furley, 1967, S. 79–103, insbesondere S. 81–83; Sinnige, 1968, S. 149–153, 163–166, bringt u.E. kein durchschlagendes Argument dafür, daß sich die zitierte Stelle nicht auch auf Leukipp und Demokrit zurückbeziehen läßt und diese Beziehung historisch richtig ist. Vgl. auch Barnes, II, 1979, S. 40–44.

[26] Vgl. Furley, 1967, S. 105.

[27] Vgl. ebd. S. 35–38.

[28] Luria, 1933, S. 112.

Die konkrete Idee, wie wir die Paradoxien der Bewegung ausgeschaltet haben, ist so im Prinzip keineswegs neu, wenn auch weitgehend in Vergessenheit geraten. Neu ist an unserem Ausschaltungsversuch nur, daß wir *alle* vier Paradoxien auf ein Fundamentalparadox zurückführen und *alle* vier Paradoxien auf dem Wege der Ausschaltung dieses Fundamentalparadoxes eliminieren konnten. Ferner gelang es, die genialen spekulativen Visionen eines Leukipp und Demokrit mutatis mutandis nicht nur theoretisch, sondern auch durch Ergebnisse der neueren physikalischen Forschung empirisch abzustützen. Im Unterschied zu Leukipp und Demokrit, die wahrscheinlich auch oder gar nur Materieatome postuliert hatten, postulieren wir jedoch nur als atomar definierte Längen- und Zeiteinheiten. Für die Ausschaltung der Paradoxien genügt dieses Postulat, und es ist ökonomisch, nicht mehr Annahmen zu machen als unbedingt nötig.

Nun erhellt aber auch, worin der eigentliche Grund für die Entstehung dieser Paradoxien liegt: Er liegt in einer Kompetenzüberschreitung des mathematisch-idealen Denkens: Mathematische Definitionen von Punkt und Kontinuum werden stillschweigend in die empirisch-physikalische Raum-Zeit-Welt hineinprojiziert und für objektiv gegebene Tatsachen erklärt. Man nimmt dabei unbewußt an: Wenn Punkt und Strecke in unserem physikalisch-mathematischen Denken aus bestimmten Gründen so und nicht anders sein sollen, dann sollen sie auch in der physikalisch-empirischen Wirklichkeit, auch in der Mikrowelt, so und nicht anders sein. Daß dem aber nicht so sein muß, ist im Grunde klar. Von der unendlichen Teilbarkeit haben es ja schon D. Hilbert und P. Bernays erkannt, wenn sie in einer von der Zenonliteratur u. W. völlig übersehenen Lösung des Dichotomie-Paradoxes schreiben:

> „Tatsächlich gibt es auch eine viel radikalere Lösung der Paradoxie. Diese besteht in der Erwägung, daß wir keineswegs genötigt sind, zu glauben, daß die mathematische raum-zeitliche Darstellung der Bewegung für beliebig kleine Raum- und Zeitgrössen noch physikalisch sinnvoll ist, vielmehr allen Grund haben zu der Annahme, dass jenes mathematische Modell die Tatsachen eines gewissen Erfahrungsbereiches, ... extrapoliert, ...: so wenig wie eine Wassermenge bei unbegrenzter räumlicher Teilung immer wieder Wassermengen ergibt, ebensowenig wird es bei einer Bewegung der Fall sein, dass durch ihre Teilung ins Unbegrenzte immer wieder etwas entsteht, das sich als Bewegung charakterisieren läßt. Geben wir dieses zu, so schwindet die Paradoxie.“[29]

Abgesehen davon, daß wir hier nicht von einer Lösung, sondern von einer Ausschaltung der Paradoxie sprechen würden, können wir der grundsätzlichen *Tendenz* dieses Gedankenganges völlig beistimmen und glauben sie auch durch unsere Festsetzungen, deren theoretische wie empirische Begründung, weiter verfolgt und auf das Fundamentalparadox sowie die anderen Paradoxien der Bewegung ausgedehnt

---

[29] Hilbert-Bernays, 1934, S. 16.

zu haben. Es ist denn auch bemerkenswert, daß sich Mathematiker wie D. Hilbert und P. Bernays nicht für die mathematische Lösung des Dichotomie-Paradoxes ausgesprochen haben.

Die Grundschwierigkeit der ganzen Ausschaltung aber liegt in der Überwindung des Denkens, das diese Paradoxien erzeugt. Denn nicht die Wirklichkeit, sondern ein bestimmtes Denken macht diese Schwierigkeiten: *Difficultatem facit doctrina.* Das hat G. W. F. Hegel in seiner dunklen, aber manchmal von Gedankenblitzen wetterleuchtenden Sprache treffend so ausgedrückt:

> „Was die Schwierigkeit macht, ist immer das Denken, ... Es hat den Sündenfall hervorgebracht, indem der Mensch vom Baume der Erkenntnis des Guten und Bösen gegessen, es heilt aber auch diesen Schaden. Es ist Schwierigkeit, das Denken zu überwinden; und es ist es allein, welches die Schwierigkeit macht."[30]

Haben wir aber *das* Denken überwunden, von dem wir vorher gar nicht wußten, daß wir in ihm *gefangen* waren, so fallen die Fesseln dieser Paradoxien.

3. *Bestätigung der Ausschaltung*

Wir können aber noch einen Trumpf zugunsten der vorgeschlagenen Ausschaltung ausspielen. Wie D. Hilbert einmal sagt, ist nämlich für jede neue Theorie der endgültige Prüfstein ihr Erfolg in Fragen, die schon vorher da waren und zu deren Lösung allein sie gar nicht geschaffen worden ist. Auch in diesem Sinne ist die vorgeschlagene Theorie erfolgreich:

Denn erstens schaltet sie ebenfalls das berühmte Augustinische Paradox von der Zeitmessung wenigstens *teilweise* aus:

> „Ich weiss, dass wir messen, und messen können wir nicht, was nicht ‚ist', und Vergangenes und Zukünftiges ‚sind' nicht. Nun aber die gegenwärtige Zeit – wie messen wir sie, da sie doch keine Ausdehnung hat?" (Conf. XI. 21. 27).

Vergangenes und Zukünftiges sind nicht, weil das eine nicht mehr und das andere noch nicht ist (vgl. Conf. XI. 14. 17/15. 18/16. 21/20. 26). Dieses Paradox muß nun in zwei unterteilt werden:

(a) Wie ist es möglich, Vergangenes und Zukünftiges zu messen, das nicht mehr, bzw. noch nicht ist?

(b) Wie ist es möglich, die gegenwärtige Zeit zu messen, da sie doch keine Ausdehnung hat?

Von diesen beiden Teilparadoxien ist die erste von extremer Schwierigkeit, da sie die ganze Problematik von Sein und Zeit involviert. Da unsere Theorie keine Handhabe zur Lösung dieses Problems abgibt, gehen wir hier nicht auf sie ein.

---

[30] Hegel, 1959, I, S. 338.

Aber auch die zweite ist schwierig. Denn wie eine ausdehnungslose Gegenwart gemessen werden kann, ist insofern uneinsehbar, als wir ja nur die Ausdehnung, bzw. Dauer von ausgedehnten Zeitintervallen in einem nichttrivialen Sinn messen können. Um also zu zeigen, wie es möglich ist, eine ausdehnungslose Gegenwart zu messen, muß man zeigen, wie es möglich ist, die Dauer von etwas zu messen, was keine Dauer hat.

Hat aber die Gegenwart die Größe eines physikalisch-empirischen Zeitpunktes von 10^{-24} s, so hat sie auch Ausdehnung. Also kann sie auch gemessen werden, wofern eine gegenwärtige Ausdehnung überhaupt gemessen werden kann. Das aber nehmen wir alle offensichtlich an. Damit ist das zweite Teilparadox zwar nicht gelöst, aber ausgeschaltet. Doch ist es so ausgeschaltet, daß es gar nicht mehr gelöst zu werden braucht. Denn eine meßbare, physikalisch-empirische Gegenwart kann offensichtlich nicht aus einem ausdehnungslosen Jetztpunkt bestehen.

(Betont sei hier noch folgendes: Wenn wir ein gegenwärtiges Zeitintervall von 10^{-24} s messen, so messen wir im Grunde keine Zeit, sondern einen räumlichen Vorgang, nämlich den, daß ein Lichtstrahl die Länge von 10^{-13} cm durcheilt. Sehr richtig kann so L. Wittgenstein im „Tractatus" schreiben, daß die Beschreibung des zeitlichen Verlaufes nur so möglich ist, daß wir uns auf einen anderen Vorgang stützen (vgl. 6.3611). Dies gilt insbesondere von der metrischen Beschreibung des zeitlichen Verlaufes. Eine reine Zeit können wir überhaupt nicht messen, sondern nur eine periodische oder nichtperiodische Bewegung. Ist die Zeit aber eine physikalisch-empirische, diskrete Größe, so ist sie auch nicht wie Augustinus' innerseelische Zeit von äußerer Bewegung unabhängig, insofern es sie nicht gäbe, wenn es äußere Bewegung nicht gäbe. Sie ist vielmehr eine Funktion von Bewegung, insofern es sie nicht gibt, wenn es Bewegung nicht gibt.)

Doch hat nicht gerade Augustinus ein starkes Argument dafür entwickelt, daß die Gegenwart keine Ausdehnung besitzt? Es beruht darauf, daß man von jedem als gegenwärtig erklärten Zeit*intervall* einen Teil als vergangen und einen anderen als zukünftig bezeichnen kann:

„Könnte man etwas von einer Zeit erkennen, das in keine noch so winzige Teile von Augenblikken geteilt werden kann, eine solche Zeit allein wäre es, die man ‚gegenwärtig' nennen dürfte; sie aber fliegt so schnell von Zukünftigem zu Vergangenem, dass sie sich während keines Weilchens dehnt. Denn wenn sie sich ausdehnt, wird sie in Vergangenes und Zukünftiges geteilt: Die Gegenwart aber hat keine Ausdehnung." (Conf. XI. 15. 20).

Diese Argumentation prallt jedoch an einer physikalisch-empirischen Zeit ab. Denn bei der Teilung einer physikalisch-empirischen Zeitspanne gelangen wir einmal an ein Ende: Bei einem als *atomar* definierten, physikalisch-empirischen Zeitpunkt von endlicher Ausdehnung lassen sich auf physikalisch-empirische Art und Weise jedenfalls nicht mehr zwei Teile unterscheiden, von denen man den einen als vergangen, den anderen als zukünftig bezeichnen kann. Wie wir noch sehen werden, gilt dieses Argument aber auch nicht vom psychischen Zeiterlebnis. Denn auch dort hat die Gegenwart eine, wenn auch variable Ausdehnung. Das Argument gilt somit weder von der physikalisch-empirischen noch von der psychischen Zeit und hat deshalb nur fiktive Bedeutung.

Zweitens löst die vorgeschlagene Theorie das unter Voraussetzung einer kontinuierlichen Zeit unlösbare Problem, wie man die Vergangenheit von der Zukunft der physikalischen oder „objektiven“ Zeit empirisch unterscheiden kann. Denn wenn das Jetzt nur aus einem ausdehnungslosen Punkt besteht, dann läßt sich zwar sagen, daß die Gegenwart die Grenze von Vergangenheit und Zukunft sei (vgl. Aristoteles. Phys.Δ 10. 218 a 8–9. 24). Doch diese Behauptung ist rein theoretisch, da sie uns kein empirisches Kriterium dafür abgibt, wann die Zukunft in die Vergangenheit übergeht. Ist aber die Gegenwart ausgedehnt, so läßt sich offensichtlich durch die Dauer dieser Gegenwart die Zukunft von der Vergangenheit der physikalischen oder „objektiven“ Zeit empirisch abgrenzen. In der Tat findet sich diese Theorie hinsichtlich dieses Punktes auch in Übereinstimmung mit der speziellen Relativitätstheorie, nach der ja der Gegenwartsbereich aus prinzipiellen Gründen endlich klein ist.

Schließlich löst die vorgeschlagene Theorie noch die alte Crux, daß zwischen unserer subjektiven Zeiterfahrung und der physikalischen oder „objektiven“ Zeit eine Asymmetrie besteht. Sie schlägt nämlich eine Brücke zwischen unserer subjektiven Zeiterfahrung und der objektiven, physikalisch-empirischen Zeit. Dies in einem dreifachen Sinn:

(1) Einmal ist die Gegenwart unserer subjektiven Zeiterfahrung nicht ausdehnungslos, sondern ausgedehnt. Dies hat schon Augustinus erkannt, wenn er schreibt:

> „Gewiss, gegenwärtige Zeit ist ohne Ausdehnung, weil sie in einem Punkt vorbeigeht. Aber dennoch dauert die Wahrnehmung, während derer es in einem fort geschieht, dass abwesend ist, was anwesend sein wird.“ (Conf. XI. 28. 37)

Die These, daß die Gegenwart unserer subjektiven Zeiterfahrung ausgedehnt ist, haben dann bekanntlich insbesondere W. James und C. D. Broad zur Theorie vom „specious present“ ausgebaut. Wenn auch diese Theorie der Kritik unterworfen wurde, so ging man doch nicht soweit zu leugnen, daß die Gegenwart unserer subjektiven Zeiterfahrung gar keine Ausdehnung besitzt. Besser als von einem „specious present“ wird man mit G. J. Whitrow vielleicht von einem „mental present“ sprechen.[31] Der hauptsächliche Unterschied zwischen dem „mental present“ und einem physikalisch-empirischen Jetztpunkt liegt nun darin, daß das „mental present“ unvergleichlich größer als der physikalisch-empirische Jetztpunkt und dehnbar ist, der physikalisch-empirische Jetztpunkt aber eine feste und sehr kleine Größe hat. Beide aber sind ausgedehnt.

---

[31] Whitrow, 1961, S. 77–83.

(2) Ferner ist unsere subjektive Zeiterfahrung nicht kontinuierlich, sondern diskret. So schreibt W. James:

"On the discontinuity-theory, time, change, etc., would grow by finite buds or drops, either nothing coming at all, or certain units of amount bursting into beings 'at a stroke'. Every feature of the universe would on this view have a finite numerical constitution. ..., so any amounts of time, space change, etc., which we might assume would be composed of a finite number of minimal amounts of time, space, and change. Such a discrete compositon is what actually obtains in our perceptual experience."[32]

Betont sei freilich, daß unsere Zeiterfahrung erst nach einer Analyse diskret erscheint. Oberflächlich gesehen, scheint sie kontinuierlich zu sein. Doch dann müßten ja die Augenblicke, während derer wir z.B. einen konstanten Ton gleicher Höhe wahrnehmen, dicht sein. Mithin könnte es keinen nächsten geben. Das aber ist offenkundig nicht der Fall. Sehr richtig sagt so A. Grünbaum:

"For it seems clear to me that *in regard to coming into being,* a stream of consciousness constituted by a long sound of constant pitch exhibits atomicity or fragmentation and elapses *seriatim* as a succession of nows no less than the tick-tocks of a clock. But a much greater effort of concentrated attention is required to perceive that discreteness in the former case than in the latter. But to ignore the becoming of the constituents of the long sound is to overlook the perhaps most striking feature yielded by our *perceptual* awareness of this process *as temporal.* Ordinally, time *as perceptually experienced* by us is the order of coming into being and thus the order of the successive nows of awareness."[33]

Im Unterschied aber zur scharfen Diskretität der physikalisch-empirischen Zeit ist die der subjektiven Zeiterfahrung insofern unscharf, als die Grenzen der einheitlich erfahrbaren Augenblicke je nach Konzentrationsfähigkeit von Mensch zu Mensch verschieden sind. Beide Zeiten aber sind diskret.

(3) Zuletzt verläuft unsere subjektive Zeiterfahrung wie die physikalisch-empirische Zeit insofern seriatim, als es offenkundig in beiden nächste Augenblicke gibt. Im einen Fall ist aber das Eintreten des nächsten Augenblickes intersubjektiv scharf bestimmbar, im anderen Fall aber von Mensch zu Mensch variabel. In beiden Fällen aber gibt es nächste Augenblicke und deshalb auch ein Werden.[34]

In diesem dreifach spezifizierten Sinne schlägt die vorgeschlagene Theorie eine Brücke zwischen der subjektiven Zeiterfahrung und der physikalischen oder „objektiven“ Zeit, wofern wir uns entschließen, diese empirisch aufzufassen.

4. *Widerlegung von Einwänden*

Hat aber nicht Zenon selber schon ein Argument gegen die Atomisierung von Raum und Zeit geliefert und somit die Möglichkeit der vorgeschlagenen Ausschaltung

---

[32] James, 1911, S. 154, zitiert in Grünbaum, 1967, S. 49.

[33] Grünbaum, S. 49.

[34] Vgl. Čapek, 1976, S. 501–524, dessen These von der "Inclusion of Becoming in the physical World" jedoch nur von der physikalisch-*empirischen* Welt gilt.

schon im Keim erstickt? Zwar ist dies weder beim historischen Zenon noch beim aristotelischen Referat irgendwie nachweisbar. Nehmen wir aber trotzdem einmal an, daß es nachweisbar sei. Dieses Argument fände sich im Stadium. G. Vlastos faßt die Interpretation, die es einen Atomismus voraussetzen lassen, konzis so zusammen:

"..., blocks A, B, and C would stand for indivisibles and the reasoning would prove that B, traversing an atomic quantum of length q_s relatively to A in an atomic quantum of time q_t, would traverse length q_s in $q_t/2$ relatively to C, thereby dividing a supposed indivisible."[35]

Doch haben wir einmal ein atomares Zeitquantum q_t vorausgesetzt, so hat die Rede von $q_t/2$ zumindestens keinen empirischen Sinn mehr. Innerhalb des atomaren Bezugssystems ist auch die Rede von einer Zeit unter den Zeitatomen empirisch sinnlos, was nur unter Voraussetzung eines empirischen Zeitkontinuums sinnvoll ist. Um also den physikalisch-empirischen Atomismus mit dem Stadium zu widerlegen, muß man in es eine Präsupposition einführen, die es nicht nur nicht macht, sondern nach dieser Interpretation geradezu bestreitet.[36] Das aber bedeutet: Wenn man das Stadium ein empirisches Zeitkontinuum präsupponieren läßt, ist die Widerlegung des physikalisch-empirischen Atomismus von Raum und Zeit durch dieses gar nicht widerlegbar. Interpretiert man aber die zitierte Version des Stadiums dahingehend, daß es ein physikalisch-mathematisches Zeitkontinuum involviert und mithin die Rede von $q_t/2$ noch einen physikalisch-mathematischen Sinn hat, so widerlegt das Stadium damit natürlich noch nicht den Atomismus auf physikalisch-empirischer Ebene. Obiges Stadium-Argument enthält so in beiden Deutungen keinen durchschlagenden Einwand gegen den Atomismus, sondern beruht in beiden Fällen auf klar angebbaren Trugschlüssen: Im einen Fall erliegt es einer petitio principii, im anderen Fall einer ignoratio elenchi oder ist einfach beside the point. Zudem sind alle Interpretationen, die das Stadium einen Atomismus von Raum und Zeit voraussetzen lassen, in den antiken Quellen nicht fundiert.[37] Viel wahrscheinlicher ist, daß der Atomismus erst als Reaktion auf die Eleaten entstanden ist.[38]

Ein weiteres Argument gegen den Atomismus von Raum und Zeit besteht im sogenannten „Weyl tile" – Argument, das nach W.C. Salmon eine „basic difficulty" für die Quantisierung des Raumes bilden solle.[39] Es besteht kurz gesagt darin, daß in einem solchen sich aus Quanten zusammensetzenden Raum der Satz des Pythagoras bei Quadraten nicht mehr wahr ist. Doch auch der Satz des Pythagoras setzt, um

---

35 Vlastos, 1967, S. 375.

36 Einen ähnlichen Einwand macht F. Évellin, vgl. Russell, 1937², S. 352, Benardete, 1964, S. 241.

37 Vgl. Vlastos, ebd., Barnes, 1979, I, S. 291.

38 Vgl. Anm. 25.

39 Salmon, 1975, S. 65.

gültig zu sein, die Kontinuität des Raumes voraus. Um also den Atomismus mit dem „Weyl tile"-Argument zu widerlegen, muß man wieder eine Voraussetzung machen, die der Atomismus zumindestens auf physikalisch-empirischer Ebene nicht nur nicht macht, sondern geradezu bestreitet. Auch dieses Argument erliegt somit einer petitio principii. Ähnliches ließe sich auch vom Zirkel-Argument und seinen Spielarten sagen.[40]

Im übrigen ist das Argument auch beside the point. Denn wir behaupten den Atomismus von Raum und Zeit ja nur auf physikalisch-empirischer Ebene. Die Euklidische Geometrie ist jedoch offensichtlich keine empirische Wissenschaft. Es ist deshalb keineswegs verwunderlich, wenn auf physikalisch-empirischer Ebene gewisse Theoreme dieser Geometrie nicht nur nicht approximativ, sondern überhaupt nicht mehr gelten. Denn in der Tat haben wir ja schon die Grundvoraussetzung der Euklidischen Geometrie, nämlich die Ausdehnungslosigkeit des Punktes aufgegeben. Diese Ungültigkeit gewisser Euklidischer Theoreme widerlegt aber noch nicht den Atomismus von Raum und Zeit auf physikalisch-empirischer Ebene, sondern zeigt nur die beschränkte Gültigkeit dieser Geometrie, die eben nur relativ auf gewisse Definitionen, Postulate und Axiome wahr ist. Es ist deshalb nicht ganz richtig, wenn Aristoteles meint, durch die Einführung von Minima würde das Größte der Mathematik aufgehoben (vgl. De caelo. A5.271b9-11). Es wird vielmehr nur dessen beschränkte, d.h. hier systemrelative Gültigkeit gezeigt. Doch hat Aristoteles insofern recht, als in einem physikalisch-empirischen Raum in der Tat wichtige Lehrsätze der Euklidischen Geometrie aufgehoben würden. Um so interessanter und fruchtbarer wäre es – auch im Interesse einer möglichen Anwendung auf die mikrophysikalische Welt, diese radikalste aller nichteuklidischen Geometrien, die sogar die Euklidische Definition des Punktes aufgibt, weiter zu verfolgen. Der *Tendenz* von Versuchen wie z.B. der „natürlichen Geometrie" J. Hjelmslevs wäre also weiter nachzugehen, wiewohl auch diese noch keine klare Definition des physikalisch-empirischen Punktes bietet, sondern von phänomenalen ausgeht.[41]

Doch wird man vielleicht entgegnen: Was machen dann der Läufer, Achilles, der Pfeil und Massengruppen, wenn sie sich zwischen den Raum- bzw. Zeitatomen befinden? Allein diese Frage hat keinen Sinn. Einmal nämlich läßt sich weder erfahren noch messen, was sich zwischen den Raum- bzw. Zeitatomen befindet: „Denn Räume subatomistischer Ausdehnung lassen sich nicht ausmessen."[42] Weiterhin hat die Frage keinen Sinn, weil jene „Zwischenräume" und „Zwischenzeiten" in unserem diskontinuierlichen Bezugssystem als das definiert sind, was in ihm nicht mehr definiert ist. Es hat also keinen Sinn zu sagen, daß der Läufer, Achilles, der Pfeil und

---

[40] Vgl. Benardete, S. 243–252.

[41] J. Hjelmslev, 1923, vgl. Kanitscheider, 1971, S. 201–205, S. 300–326.

[42] Einstein, 1973^2, S. 114.

die Massengruppen sich in den „Zwischenräumen" und „Zwischenzeiten" bewegen oder nicht bewegen, da der Begriff der Bewegung unterhalb dieser Grenze gar nicht mehr verwendbar ist. Schon die Ausdrücke „Zwischenräume" und „Zwischenzeiten" sind im Grunde inadäquat, weil die Ausdrücke „Raum" und „Zeit" und damit auch der Ausdruck „Bewegung in Raum und Zeit" zwischen und unter den Atomen ihren Sinn verlieren. Deshalb haben wir sie auch in Anführungszeichen gesetzt. Besser würden wir vielleicht von „Nicht-Räumen" und „Nicht-Zeiten" sprechen. Unser diskontinuierliches Bezugssystem zieht so einen scharfen Schnitt zwischen dem, was wir hinsichtlich der Bewegung in Raum und Zeit noch wissen, und dem, was wir nicht mehr wissen können. Das Wissen ums Nichtwissen ist aber auch ein Gewinn: Das Nichtwissen ist nämlich ein großer Teil der Weisheit (nescire magna quaedam pars sapientiae).

Mit dieser Einschränkung des Wißbaren läßt sich ebenfalls einem aristotelischen Einwand gegen den Zeitatomismus begegnen (vgl. Phys. Θ8. 263b28–264a6). Es hat in einem diskontinuierlichen Bezugssystem keinen Sinn zu sagen, daß zwischen dem Zeitatom A, in dem D weiß *wird*, und dem Zeitatom B, in dem D weiß *ist*, noch ein Prozeß, also eine Form von Bewegung, stattfinde. Damit ist die Voraussetzung des aristotelischen Argumentes widerlegt. Die Rede von einer realen Bewegung und Zeit zwischen den Zeitatomen ist nur sinnvoll, wenn wir ein reales, physikalisch-empirisches Zeitkontinuum postulieren, was wir gerade nicht tun. Auch dieses Argument erliegt somit einer petitio principii. Unter Voraussetzung eines theoretisch-fiktionalen Zeitkontinuums aber ist es beside the point.

Allein: Wenn Raum und Zeit aus Atomen bestehen, sind diese Atome voneinander getrennt. Ist dem aber so, dann müssen sie wieder durch Räume und Zeiten getrennt sein. Widerspricht das nicht unseren Annahmen? Da jedoch die Begriffe von Raum und Zeit hier ihren Sinn verlieren, haben wir uns damit abzufinden, daß wir höchstens unter Berufung auf ein theoretisch-fiktionales Kontinuum noch von Zwischenräumen und Zwischenzeiten sprechen können. Realiter gesehen, gibt es das nicht mehr. In der Tat setzt denn auch dieses Argument, um überhaupt formulierbar zu sein, noch eine Kontinuumstheorie voraus und leidet insofern an demselben Defekt wie die anderen Argumente, daß es je nach Interpretation dieser Theorie auf einer petitio principii oder ignoratio elenchi beruht. Aus denselben Gründen aber machen sich noch andere uninteressant. Wie es aber ein Fehler wäre, Eigenschaften des Unendlichen auf das Endliche zu übertragen, so ist es ein Fehler, Eigenschaften eines mathematischen Kontinuums auf mikrophysikalische Bereiche auszudehnen. Die Mikrowelt ist kein Liliput, also unsere Welt in Miniatur, sondern eine ganz andere.

Doch sind nicht die Ausdehnungslosigkeit von Raum- und Zeitpunkt sowie die Kontinuität von Raum- und Zeitstrecke Bedingungen der Möglichkeit von physikalischer Erfahrung? Das vielleicht stärkste Argument dafür läßt sich so formulieren: Um das Kontinuum der reellen Zahlen auf Raum und Zeit anwenden zu können, müssen wir die Ontologie des ausdehnungslosen Punktes und der Kontinuität von Raum und Zeit voraussetzen. Allein: Dieses Argument läßt sich latenterweise von einem Philosophem beherrschen, das jedenfalls nicht zwingend ist: Die reellen Zahlen haben die sprachliche Form von Namen, denen etwas Wirkliches entsprechen muß. Doch können das Kontinuum der reellen Zahlen sowie die es voraussetzende Differential- und Integralrechnung auch als bloße Instrumentalismen, gewissermaßen als Machtmittel physikalischer Berechnung verstanden werden, denen gar keine Wirklichkeit entsprechen muß. (Ist nicht die Infinitesimalrechnung ein mathematisches Instrument physikalischer Macht?) So werden auch gewisse diskrete Quanten in der Physik differenziert, obwohl sie diskret sind.[43] Um jedoch Erfahrung in den Bedingungen der Möglichkeit von Erfahrung zu fundieren, genügt das Postulat eines aus atomaren, aber ausgedehnten Raum- und Zeitpunkten bestehenden Raum-Zeit-Diskontinuums. Denn ausdehnungslose, aktual oder potential unendlich kleine Raum- bzw. Zeitpunkte sind nicht mehr erfahrbar.

Doch spricht nicht für die Ontologie des ausdehnungslosen Punktes und der Kontinuität von Raum und Zeit eine seit Aristoteles fast ununterbrochene Tradition? Herrscht sie nicht heute noch beinahe unbeschränkt? Ja, dem ist so. Diese Tradition beweist aber nicht deren definitive empirische Gültigkeit noch überhaupt deren Gültigkeit. Sie zeigt nur, wie sehr wir Menschen dazu neigen, semantische Nominaldefinitionen, also im Grunde auf historischen Entscheidungen basierende Regeln eines Wortgebrauchs, zu scheinbar unerschütterlichen Tatsachen der räumlich-zeitlichen Welt zu objektivieren. Aus semantischen Traditionen machen wir Tatsachen der räumlich-zeitlichen Welt. Oft stehen wir sosehr im Bann von Traditionen, daß wir sie für die einzig möglichen halten. Wer aber nur eine Möglichkeit sieht, merkt nicht, daß er nur eine sieht. Um das zu merken, braucht er mindestens zwei. Schon deshalb ist es sinnvoll, Alternativen und gewissermaßen „philosophische Minderheiten“ stark zu machen, statt sie zu unterdrücken.

Die Ontologie des ausdehnungslosen Punktes und der Kontinuität von Raum und Zeit aber ist eine fiktive Ontologie und läßt sich nicht durch ihren empirischen Wirklichkeitsgehalt, sondern nur durch den Nutzen und die Macht ihres fiktionalen Gehaltes rechtfertigen.[44] Sie darf also nicht als reale Ontologie mißverstanden werden, wie es all diejenigen tun, die in Zenons Paradoxien reale Probleme sehen, die es zu lösen gilt. Zwar sind auch die vorgeschlagenen Festsetzungen nicht ohne

---

[43] Salmon, 1975, S. 63.

[44] Vgl. Whitrow, 1961, S. 157–169. Zur Kritik an "*Whitehead's Method of Extensive Abstraction*" vgl. A. Grünbaum, 1953, S. 215–226.

fiktionale Elemente, denn sonst wären sie kaum verwendbar. Wir haben nämlich beim empirischen Punkt, der doch auch materiell zu sein scheint, von der Materie u.a. aus Gründen der Einfachheit und Ökonomie abgesehen. Ohne Fiktionen gibt es ohnehin keine Wissenschaft. Doch haben wir unsere definitorischen Festsetzungen so gewählt, daß sie nicht nur empirisch abgestützt werden können, sondern auch prospektive Konsequenzen für die Struktur von Raum und Zeit ergeben, auf die im folgenden Kapitel eingegangen wird. Sind nämlich Paradoxien nach einem Wort B. Russells das experimentum crucis einer Philosophie, so sind Zenons Paradoxien der Bewegung ein experimentum crucis der Raum-Zeit-Philosophie.

IV. Konsequenzen für die Struktur von Raum und Zeit

Wenn unsere Ausschaltung von Zenons Paradoxien der Bewegung und des ihnen zugrundeliegenden Fundamentalparadoxons korrekt ist, dann ergeben sich grundlegende Konsequenzen für die Struktur von Raum und Zeit. Im Rahmen unseres Essays beschränken wir uns auf einen Ausblick mit folgenden elementaren Thesen:

1. Die Diskontinuität von Raum und Zeit, die „transzendentale Aesthetik“ und einige „Grundsätze des reinen Verstandes“ von Kants KRV

(1) Raum und Zeit als physikalisch-empirische Größen sind weder im Sinne Aristoteles' noch G. Cantors Kontinua, sondern Diskreta. Daß heißt: Eine Raum- bzw. Zeitstrecke von endlicher Ausdehnung enthält weder eine abzählbar unendliche noch eine nicht abzählbar unendliche Menge von ausdehnungslosen, sondern nur eine endliche Anzahl von ausgedehnten Raum- bzw. Zeitpunkten.

Was aber die phänomenale Kontinuität einer sinnlich wahrnehmbaren Raumstrecke, etwa einer Kreidestrecke auf der Tafel, angeht, so erweist sie sich nun als optische Täuschung. Sie rührt wohl daher, daß wir unterhalb einer gewissen Limite Raumstücke nicht mehr distinkt wahrnehmen können. Die phänomenale Kontinuität der Zeit aber erweist sich als ein dem phänomenal kontinuierlichen Trickfilmbild analoger Trug. Er rührt wohl daher, daß wir die Zeit mit gewissen Ortsänderungen, womit man die Zeit mißt, verwechseln und aus der phänomenalen Stetigkeit dieser auf die Stetigkeit jener schließen. Im übrigen ist die phänomenale Kontinuität von Raum und Zeit so sehr von der mathematischen verschieden, daß es beinahe eine Aequivokation ist, wenn dieselben Ausdrücke zur Bezeichnung so verschiedener Begriffe verwendet werden. Die Diskontinuität von Raum und Zeit aber ist nicht phänomenal.

(2) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so gelten die folgenden Sätze Kants nicht mehr, die für die „transzendentale Aesthetik“ und „Grundsätze des reinen Verstandes“ der KRV von fundamentalster Bedeutung sind:

„Raum und Zeit sind *quanta continua,* weil kein Teil derselben gegeben werden kann, ohne ihn zwischen Grenzen (Punkten und Augenblicken) einzuschliessen, mithin nur so, dass dieser Teil selbst wiederum ein Raum, oder eine Zeit ist. Der Raum besteht also nur aus Räumen, die

Zeit aus Zeiten. Punkte und Augenblicke sind nur Grenzen, d. i. blosse Stellen ihrer Einschränkung; Stellen aber setzen jederzeit jene Anschauungen, die sie beschränken oder bestimmen sollen, voraus, und aus blossen Stellen, als aus Bestandteilen, die noch vor dem Raume oder Zeit gegeben werden könnten, kann weder Raum noch Zeit zusammengesetzt werden." (KRV A169/B211).

Demgegenüber müssen wir festhalten: Raum und Zeit sind *quanta discontinua.* Denn in einer physikalisch-empirischen Raum-Zeit-Welt gibt es keine ausdehnungslosen Punkte und Augenblicke mehr, die Raum- und Zeitteile begrenzen. Raum- und Zeitteile jedoch, die kleiner sind als die ausgedehnten Raum- und Zeitpunkte, können nicht mehr durch physikalisch-empirische Grenzen genau bestimmt werden. Der Raum besteht also nicht nur aus Räumen, sondern aus Räumen und „Nicht-Räumen", nämlich den Leerstellen zwischen den Raumeinheiten. Ebenso besteht die Zeit nicht nur aus Zeiten, sondern aus Zeiten und „Nicht-Zeiten". Punkte und Augenblicke aber sind nicht Grenzen, also bloße Stellen der Einschränkung von Raum und Zeit und setzen deshalb auch nicht mehr jene „Anschauungen, die sie beschränken oder bestimmen sollen, voraus". Sie bilden vielmehr Bestandteile, die „noch vor dem Raume oder der Zeit gegeben werden könnten" und aus denen plus den Leerstellen sich Raum und Zeit zusammensetzen. Die Ausdrücke „Nicht-Räume" und „Nicht-Zeiten" sollen dabei anzeigen, daß unsere Begriffe von Raum und Zeit hier an die Grenze ihrer Verwendbarkeit kommen, da es keine Phänomene mehr gibt, die sie realisieren. Nur in einem fiktionalen Sinne lassen sich diese Grenzen überschreiten und gibt es dichte oder gar in G. Cantors Sinne kontinuierliche Räume und Zeiten.

(3) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so sind sie auch nicht a priori gegeben. Die Sätze Kants „Der Raum ist kein empirischer Begriff,..."(KRV.A23/B38) und „Die Zeit ist kein empirischer Begriff,..." (KRV.A30/B46) gelten somit jedenfalls nicht vom physikalisch-empirischen, diskreten und „objektiven" Raum und von der physikalisch-empirischen, diskreten und „objektiven" Zeit. Ob sie aber vom subjektiven Raum- und Zeiterlebnis gelten, dessen Behandlung in die empirische Psychologie gehört, bleibe dahingestellt. Doch ist es sehr unwahrscheinlich. Ebenso bleibe dahingestellt, ob Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete Größen von äußeren Erfahrungen abgezogen wurden (vgl. KRV ebd.) oder ob nicht ein anderes, nichtabstraktives Empirieverständnis möglich ist. Auf alle Fälle sind Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete Größen nicht a priori, sondern a posteriori.

(4) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so sind sie auch nicht notwendige Vorstellungen, die allen äußeren und im Fall der Zeit auch allen inneren Anschauungen zum Grunde liegen (vgl. KRV. A24.B38/A31.B46). Denn der Satz Kants „Man kann sich niemals eine Vorstellung davon machen, dass kein Raum sei, ob man sich gleich ganz wohl denken kann, daß keine Gegenstände

darin angetroffen werden." (KRV. A24/B38–39) gilt nun sowenig mehr wie „Man kann in Ansehung der Erscheinungen überhaupt die Zeit selbst nicht aufheben, ob man zwar ganz wohl die Erscheinungen aus der Zeit wegnehmen kann." (KRV. A31/B46). Man kann sich nämlich offensichtlich ohne logischen Widerspruch denken, daß Raum und Zeit als *physikalisch-empirische, diskrete* Größen nicht seien. Aber man kann sich niemals denken, daß es in einem physikalisch-empirischen, diskreten Raum und in einer physikalisch-empirischen, diskreten Zeit keine Gegenstände bzw. „Erscheinungen", etwa keine empirischen Längen- und Zeiteinheiten gibt. Raum und Zeit als physikalisch-empirische Diskreta können nicht leer sein.

(5) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so sind sie auch nicht reine Formen der sinnlichen Anschauung. Der Satz Kants „Der Raum ist kein diskursiver oder, wie man sagt, allgemeiner Begriff von Verhältnissen der Dinge überhaupt, sondern eine reine Anschauung." (KRV. A24–25/B39) gilt nun ebenfalls sowenig mehr wie „Die Zeit ist kein diskursiver, oder, wie man ihn nennt, allgemeiner Begriff, sondern eine reine Form der sinnlichen Anschauung. (KRV. A31.B47). Denn diese Thesen sind nur unter der stillschweigenden Voraussetzung von Raum und Zeit als Kontinua möglich. Unter dieser Präsupposition schreibt Kant: „Denn erstlich kann man sich nur einen einigen Raum vorstellen, und wenn man von vielen Räumen redet, so versteht man darunter nur Teile eines und desselben alleinigen Raumes." (KRV. A25/B39). Hier setzt er die Einheit und Selbigkeit des Raumes voraus, die durch dessen Kontinuität gestiftet wird. Das erhellt aus dem folgenden Satz, der das Gegenteil bestreitet: „Diese Teile können auch nicht vor dem einigen allbefassenden Raume gleichsam als dessen Bestandteile (daraus seine Zusammensetzung möglich sei) vorhergehen, sondern nur *in ihm* gedacht werden." (KRV. ebd.). Dieser Satz lehnt eine atomistische Zusammensetzung des Raumes aus dessen Teilen ab. Der Raum bildet eben wie die Zeit für Kant ein quantum continuum (vgl. KRV. A169/B211) und ist insofern ein und derselbe. Ebenso setzt Kant bei der Zeit die Selbigkeit durch Kontinuität voraus, wenn er schreibt: „Verschiedene Zeiten sind nur Teile eben derselben Zeit" (KRV. A31–32/B47).

Kontinuität gilt ja schon seit Aristoteles als eine Bedeutung von „Einheit" bzw. *„ein"* (vgl. Metaph.Δ6. 1015b36–1016a3). Die Selbigkeit aber ist eine Einheit (vgl. ebd.Δ9. 1018a7). Diese aristotelische These von der Einheit (und Selbigkeit) durch Kontinuität liegt – durch viele Vermittlungen hindurch – noch Kants Argumentation für Raum und Zeit als reine Anschauungen unausgesprochen zugrunde. Auf Grund *dieser* Einheit und Selbigkeit kann er für Raum und Zeit als reine Anschauungen plädieren, ein wichtiger, wenn auch u. W. zu wenig beachteter Punkt.

Sind nun Raum und Zeit als physikalisch-empirische Größen diskret, so sind nicht Raum und Zeit als reine Anschauuungen das Primäre, sondern die empirischen Raum- und Zeiteinheiten. Raum und Zeit aber sind nicht mehr reine Anschauungen, sondern diskursive empirische Begriffe. Wenn noch von einer Einheit und Selbigkeit des physikalisch-empirischen Raumes und der physikalisch-empirischen Zeit die Rede sein soll, so wird sie nicht durch deren Kontinuität begründet, sondern dadurch, daß die vielen, verschiedenen Raum- und Zeiteinheiten sowie deren Relationen nicht *in* ein und dieselbe Anschauung, sondern *unter* ein und denselben Begriff, nämlich den des Raumes und der Zeit fallen. Raum und Zeit aber als reine Anschauungen oder reine Formen der sinnlichen Anschauung gibt es innerhalb unserer Voraussetzungen nicht mehr. Im übrigen hat ja schon H. Reichenbach die Existenz einer reinen Anschauung im Sinne der Aprioritätsphilosophie überzeugend widerlegt.[1].

(6) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so gibt es auch keine apodiktischen Grundsätze von den Verhältnissen der Zeit oder Axiome von der Zeit überhaupt wie etwa die folgenden: „Sie hat nur Eine Dimension: verschiedene Zeiten sind nicht zugleich, sondern nacheinander (so wie verschiedene Räume nicht nacheinander, sondern zugleich sind)." (KRV. A31/B47). Denn die Möglichkeit dieser apodiktischen Grundsätze oder Axiome gründet in der Notwendigkeit a priori der Zeit (vgl. ebd.). Fällt aber die Notwendigkeit a priori der Zeit dahin, so sind auch die Grundsätze von den Verhältnissen der Zeit nicht mehr apodiktisch oder Axiome. Sie sind vielmehr wie die entsprechenden Grundsätze von den Verhältnissen des Raumes Erfahrungssätze. Wenn überhaupt, dann lehrt also nicht eine reine Anschauung, sondern die Erfahrung, daß die Zeit nur eine, der Raum aber drei Dimensionen hat und verschiedene Zeiten bzw. Zeiteinheiten nicht zugleich, sondern nacheinander, verschiedene Räume bzw. Raumeinheiten aber nicht nacheinander, sondern zugleich sind. Auch alle geometrischen Grundsätze des Raumes sind Erfahrungssätze. Wenn überhaupt, so wird „..., z.E. dass in einem Triangel zwei Seiten zusammen grösser sind, als die dritte,..." (KRV. A25/B39) aus allgemeinen Begriffen von Linie und Triangel, nicht aber aus der Anschauung und zwar a priori mit apodiktischer Gewißheit abgeleitet (vgl. KRV. ebd.). In dieser praktischen oder empirischen Geometrie gelten natürlich gewisse Sätze der Euklidischen, etwa der Satz des Pythagoras bei Quadraten nicht mehr.

(7) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische Diskreta, so sind sie auch nicht mehr unendliche gegebene Größen. Die These Kants *„Der Raum wird als eine unendliche gegebene Grösse vorgestellt."* (KRV.B25) gilt sowenig mehr wie die analoge These von der Unendlichkeit der Zeit, die Kant für so selbstverständlich hält, daß er sie gar nicht mehr eigens behauptet. Dabei scheint er mit der Unendlichkeit von Raum und Zeit nicht deren unendliche Ausdehnung, sondern deren unend-

[1] Vgl. Reichenbach, 1928, S. 99–112.

liche Teilbarkeit zu meinen. Denn würde er das erste behaupten, so geriete er in Widerspruch zur ersten Antinomie, nach der sich weder die unendliche noch die endliche Ausdehnung von Raum und Zeit und damit auch der Welt beweisen läßt (vgl. KRV. A426–433/B454–461). Bedeutet ferner die Unendlichkeit der Zeit nichts weiter, als daß alle bestimmte Größe der Zeit nur durch Einschränkungen einer einigen zum Grunde liegenden Zeit möglich sei (vgl. KRV. A32/B47–48), so impliziert das, daß die Zeit kontinuierlich, mithin unendlich teilbar ist. Denn die Einheit der Zeit wird durch deren Kontinuität garantiert. Kontinuität aber impliziert unendliche Teilbarkeit. Analoges können wir vom Raum voraussetzen, der ja auch wesentlich einig ist und dessen Mannigfaltiges, mithin auch der allgemeine Begriff von Räumen überhaupt, ebenfalls lediglich auf Einschränkungen beruht (vgl. KRV. A25/B39). Als physikalisch-empirische, diskrete Größen aber sind Raum und Zeit weder unendlich geteilt noch unendlich teilbar. Sowohl deren aktual unendliche Geteiltheit als auch deren potential unendliche Teilbarkeit gehören ins Reich der Ideen (im Kantischen Sinne) oder Fiktionen (vgl. S. 60).

(8) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so fallen offensichtlich die entscheidenden Bestimmungen, die Kants „metaphysische Erörterung" dieser Begriffe gibt, dahin. Doch entfällt damit auch die entscheidende Bestimmung der „transzendentalen Erörterung". Denn offensichtlich sind Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete Größen nicht mehr die Bedingungen der Möglichkeit von den synthetischen Urteilen a priori, die nach Kant die Euklidische Geometrie und allgemeine Bewegungslehre Newtons enthalten. Raum und Zeit als physikalisch-empirische Diskreta besitzen offensichtlich nicht mehr den Status der transzendentalen Idealität. Deshalb kann auch nicht mehr gelten, daß sie nur von Erscheinungen, nicht von Dingen an sich objektive Gültigkeit besitzen. Denn verschwindet deren transzendendale Idealität im Kantischen Sinne, so fällt auch der Grund dahin, der Kant zur Unterscheidung von Erscheinungen und Dingen an sich veranlaßt hat. Ob Raum und Zeit als physikalisch-empirische Diskreta nun aber empirische *Realität* haben und von Dingen an sich gelten, bleibe noch dahingestellt.

(9) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so ergibt sich zwanglos anstelle der absoluten Auffassung von Raum und Zeit, die Newton vertreten hat und noch Kants „transzendentaler Aesthetik" in subjektivierter Form zugrundeliegt, eine relationale Theorie von Raum und Zeit. Diese ist natürlich nicht dasselbe wie die Relativitätstheorie A. Einsteins, wiewohl die spezielle Relativitätstheorie wenigstens nach einer bestimmten Interpretation eine relationale Auffassung von Raum und Zeit voraussetzt.[2] Die relationale Theorie geht auf G. W. Leibniz zurück und wird von ihm in seinem Briefwechsel mit S. Clarke so formuliert:

---

[2] Vgl. Grünbaum, 1973², S. 345–346.

"As for my own opinion, I have said more than once, that I hold space to be something merely relative, as time is; that I hold it to be an order of coexistences, as time is an order of successions."[3]

Diese Theorie können wir nun folgendermaßen spezifizieren: Der physikalisch-empirische, diskrete Raum ist die Ordnung der koexistierenden fundamentalen Längen. Die physikalisch-empirische Zeit aber ist die Ordnung der aufeinanderfolgenden fundamentalen Zeiten. Wenn wir die relativistische Union von Raum und Zeit auch auf dieser subatomaren Ebene akzeptieren, dann gibt es die fundamentalen Längen nicht ohne die fundamentalen Zeiten wie umgekehrt.

Dabei ist nicht die Raum-Zeit-Ordnung, sondern sind vielmehr die als atomar definierten, ausgedehnten Raum-Zeit-Punkte das Primäre und lassen sich auch im Gegensatz zu ausdehnungslosen Raum- und Zeitpunkten durch ostensive Definitionen, nämlich durch Hinweise auf die Längeneinheit 10^{-13} cm und die Zeiteinheit 10^{-24} s bestimmen. Die Ordnung der koexistierenden Raumpunkte besteht nun in den Relationen zwischen ihnen, von denen die des „Zwischen" grundlegend ist. Die Ordnung der aufeinanderfolgenden Zeitpunkte aber besteht ebenfalls in den Relationen zwischen ihnen, von denen die des „Früher" bzw. „Vorher" und die des „Später" bzw. „Nachher" grundlegend sind. Denn im Gegensatz zu diesen zeitlichen Relationsbegriffen sind die zeitlichen Bestimmungen „vergangen", „gegenwärtig" und „zukünftig" nicht zweistellige, sondern einstellige Prädikate von Zeitpunkten. Sie bilden also nicht die relationalen Ordnungselemente einer relationalen Zeit. Wenn wir sie aber in einer relationalen Theorie der Zeit gebrauchen wollen, so müssen wir die Relationsbegriffe „früher" und „später" verwenden: Ein zukünftiger Zeitpunkt ist später als ein gegenwärtiger und vergangener. Ein gegenwärtiger ist später als ein vergangener und früher als ein zukünftiger. Ein zukünftiger aber später als ein gegenwärtiger und vergangener. Ferner sind die zeitlichen Bestimmungen „vergangen", „gegenwärtig" und „zukünftig" selber mit einem zeitlichen Index behaftet, nicht aber die zeitlichen Relationsbegriffe „früher" und „später". Eine zeitliche Ordnung aber kann nicht selber wieder zeitlich sein. Auch deshalb sind in einer relationalen Auffassung der Zeit die Relationsbegriffe „früher" und „später" fundamentaler als die zeitlichen Bestimmungen „vergangen", „gegenwärtig" und „zukünftig".

Die Grundthesen und -voraussetzungen von Kants „transzendentaler Aesthetik" werden somit infolge der Einführung von physikalisch-empirischen, als atomar und endlich klein definierten Längen- und Zeiteinheiten a primis fundamentis in Frage gestellt. Zwar ist diese schon häufig der Kritik unterworfen worden. Doch erst die vorgeschlagenen Festsetzungen ermöglichen eine so tiefgreifende Erschütterung.

---

[3] Zitiert nach Čapek, 1976, S. 273. Quelle ebd. Zitiert ohne Fußnote.

(10) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so fallen aber nicht nur die Grundthesen von Kants „transzendentaler Aesthetik" dahin, sondern werden auch die beiden ersten „Grundsätze des reinen Verstandes", die „Axiome der Anschauung" und die „Antizipationen der Wahrnehmung" wie auch die „Zweite Analogie der Erfahrung" wenigstens teilweise erschüttert. Denn sowohl die Beweise für diese Grundsätze als auch die Erläuterungen dieser Beweise und Grundsätze hängen z. T. offensichtlich von den Grundthesen der „transzendentalen Aesthetik" und insbesondere von der dort stillschweigend vorausgesetzten, aber erst hier (vgl. KRV. A 169/B 211) expressis verbis formulierten Kontinuität von Raum und Zeit ab. Was die ersten beiden Grundsätze anbetrifft, so wird nun zumindestens folgende These hinfällig:

> „Alle Erscheinungen überhaupt sind demnach kontinuierliche Grössen, sowohl ihrer Anschauung nach, als extensive, oder der blossen Wahrnehmung (Empfindung und mithin Realität) nach als intensive Grössen." (A 170/B 212).

Im Gegensatz zu dieser These können wir nun sagen: Alle Erscheinungen, wofern dieser Kantische Begriff überhaupt noch sinnvoll ist, sind diskontinuierliche Größen, sowohl ihrer Anschauung nach, als extensive, oder der bloßen Wahrnehmung nach, als intensive Größen. Denn offensichtlich lassen sich weder extensive noch intensive Größen unter den als atomar definierten Längen- und Zeiteinheiten mehr beobachten. Sind Raum und Zeit aber diskontinuierlich, so auch die „Erscheinungen" in Raum und Zeit.

Was aber die „Zweite Analogie der Erfahrung" betrifft, so wird nun zumindestens folgende These hinfällig:

> „Alle Veränderung ist also nur durch eine kontinuierliche Handlung der Kausalität möglich, welche, insofern sie gleichförmig ist, ein Moment heißt. Aus diesen Momenten besteht nicht die Veränderung, sondern wird dadurch erzeugt als ihre Wirkung.
>
> Das ist nun das Gesetz der Kontinuität aller Veränderung, dessen Grund dieser ist: dass weder die Zeit noch auch die Erscheinungen in der Zeit, aus Teilen besteht, die die kleinsten sind, und dass doch der Zustand des Dinges bei seiner Veränderung durch alle diese Teile, als Elemente, zu seinem zweiten Zustande übergehe." (KRV. A 208–209/B 254).

Im Gegensatz zu dieser These liesse sich sagen: Alle Veränderung ist nur durch eine diskontinuierliche Handlung der Kausalität möglich, wenn sie überhaupt durch eine Handlung der Kausalität möglich ist. Denn der angegebene Grund für das Gesetz der Kontinuität aller Veränderung ist für uns offensichtlich ungültig. Sind aber Raum und Zeit diskontinuierliche Größen, so sind nicht nur die „Erscheinungen" in Raum und Zeit, sondern auch die Veränderungen in Raum und Zeit *als auch* die Kausalität dieser Veränderung diskontinuierlich. Es gibt somit innerhalb unserer Voraussetzungen im Gegensatz zur eleatischen Philosophie noch Bewegung – welcher Form auch immer. Doch haben wir deren Realität nur unter der Voraussetzung gerettet, daß sie diskret verläuft. Die phänomenale Kontinuität von Bewegung wie auch der Kausalität von Bewegung erweist sich nun wie die der Zeit als Trug.

Diese teilweise Erschütterung der „Zweiten Analogie der Erfahrung“ ist u.a. insofern bedeutsam, als sie implizit ebenfalls alle Kausaltheorien der Zeit, die auf einer kausalen Kontinuität fußen und eine dichte Zeitordnung etablieren – wie z.B. diejenige A. Grünbaums[4] – zumindestens auf physikalisch-empirischer Ebene in Frage stellt.

2. Die Endlichkeit von Raum und Zeit, Reichenbachs allgemeinste Aussage über die Raum-Zeit-Ordnung der Natur und die erste Antinomie von Kants KRV

(1) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so hat die Rede von einem wie auch immer gearteten Nebeneinander von Raum- und einem Nacheinander von Zeitpunkten, kurz die Rede von einer Raum-Zeit-Ordnung, nur bis zu einer gewissen unteren Grenze einen empirisch objektivierbaren Sinn. Diese Grenze wird durch die Ausdehung von Raum- und Zeitpunkt bestimmt. Unterhalb ihrer wird eine solche Rede insofern sinnlos, als sich hier nicht mehr ein Nebeneinander von Raum- und ein Nacheinander von Zeitpunkten empirisch unterscheiden läßt. Für die Zeit bedeutet das, daß sich unterhalb der Grenze des als atomar definierten Zeitpunktes Früher oder Später bzw. Vorher und Nachher empirisch nicht mehr unterscheiden lassen. Folglich gibt es unterhalb dieser Grenze auch keine objektivierbare Richtung der Zeit mehr. Da das Nebeneinander von Raumpunkten wesentlich zu einem empirisch objektivierbaren Raum und das Nacheinander von Zeitpunkten wesentlich zu einer empirisch objektivierbaren Zeit gehören, so gibt es unter einer gewissen unteren Limite weder das eine noch das andere. Kurz, es gibt unter einer gewissen unteren Limite keine empirisch objektivierbare Raum-Zeit-Ordnung mehr bzw. es wird einfach sinnlos, davon zu reden. Für die Physik hätte diese untere Grenze zur Folge, daß die Invarianz aller physikalischen Gesetze gegenüber den Lorentz-Transformationen in dieser allgemeinen Form nicht mehr zutreffend wäre, da die Rede von Ereignissen innerhalb einer fundamentalen Länge und einer fundamentalen Zeit ihren Sinn verlöre. Bildlich gesprochen, gäbe es keine „beliebig kleinen“ Lorentz-Transformationen mehr. Mathematisch gesprochen, wären im submikroskopischen Bereich nur noch bestimmte diskrete Untergruppen der Lorentz-Gruppe erlaubt.[5]

---

[4] Grünbaum, 1973², S. 179–208.

[5] vgl. Schwarz, 1978, S. 183–184.

(2) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische diskrete Größen, so existiert aber nicht nur eine untere, sondern auch eine obere Grenze von Raum und Zeit. Beide Größen sind nun nicht nur nicht mehr unendlich teilbar, sondern auch nicht mehr unendlich ausgedehnt. Denn physikalisch-empirische Raum- und Zeitpunkte außerhalb jeder endlichen Grenze von Raum und Zeit sind offenkundig nicht mehr nachweisbar. Das aber hat zur Folge, daß sich außerhalb von endlichen Räumen und Zeiten weder ein wie auch immer geartetes Nebeneinander von Raum- noch ein Nacheinander von Zeitpunkten empirisch unterscheiden läßt. Kurz, es gibt außerhalb von endlich-ausgedehnten Räumen und Zeiten keine empirisch objektivierbare Raum-Zeit-Ordnung mehr, bzw. es wird einfach sinnlos, davon zu sprechen. Wo nun die genaue obere Grenze der raum-zeitlichen Ausdehnung liegt, ist im Gegensatz zur unteren Grenze u.W. noch nicht ausgemacht. Doch gilt wohl heute noch D. Hilberts Satz:

„Selbst der Weltraum ist, wie ich sicher glaube, nur von endlicher Ausdehnung und einst werden uns die Astronomen sagen können, wieviel Kilometer der Weltenraum lang, hoch und breit ist.“[6]

Analoges gilt auch von Alter und Lebenserwartung des Universums. Die unendliche Ausgedehntheit von Raum und Zeit aber gehört wie deren unendliche Teilbarkeit ins Reich der Ideen (im Kantischen Sinne) oder Fiktionen.

(3) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete Größen, so ist das raum-zeitliche Universum weder unendlich teilbar noch unendlich ausgedehnt, sondern in jedem der beiden Sinne endlich. Deshalb gibt es weder unterhalb noch oberhalb einer gewissen endlichen Grenze eine empirisch objektivierbare Raum-Zeit-Ordnung. Damit wird aber auch die allgemeinste Aussage über die Raum-Zeit-Ordnung der Natur, die H. Reichenbach in seiner klassisch gewordenen „Philosophie der Raum-Zeit-Lehre“ macht, erschüttert:

„So zeigen sich die topologischen Eigenschaften als die sichersten Aussagen, die wir über die Raum-Zeit-Ordnung machen können; sie haben auch noch für allgemeine Gravitationsfelder Bestand. Wenn wir die früher gemachte (§ 39) Bemerkung beachten, dass die Gauss-Riemannsche Trennung von Koordinatensystem und metrischen Funktionen darauf hinauskommt, dass dem Koordinatensystem die topologische Festlegung zugewiesen wird, so dürfen wir deshalb als allgemeinste Aussage über die Raum-Zeit-Ordnung der Natur den Satz aufstellen, dass überall und jederzeit *ein raum-zeitliches Koordinatensystem existiert.*“[7]

Doch es existiert nicht überall und jederzeit ein raum-zeitliches Koordinatensystem, dessen *Realität* H. Reichenbach hier voraussetzt (vgl. § 45). Unterhalb der Grenze der als atomar definierten Längen- und Zeiteinheiten existiert es sowenig wie oberhalb der endlichen Grenzen von Raum und Zeit. Damit wird aber auch „die

---

[6] Hilbert, 1935, S. 380.

[7] Reichenbach, 1928, S. 324.

eigentlich fundamentale Tatsache der physikalischen Raum-Zeit-Lehre" eingeschränkt, die H. Reichenbach so formuliert:

„Die Tatsache, dass eine Ordnung aller Ereignisse nach den drei Dimensionen des Raumes und der einen Dimension der Zeit möglich ist, ist die eigentlich fundamentale Tatsache der physikalischen Raum-Zeit-Lehre; neben ihr erscheint die Möglichkeit einer Metrik von untergeordneter Bedeutung."[8]

Diese „eigentlich fundamentale Tatsache" muß nun so eingeschränkt werden, daß nur in endlichen Bereichen eine Ordnung aller Ereignisse nach den drei Dimensionen des Raumes und der einen Dimension der Zeit möglich ist. Bei Ereignissen, die außerhalb der endlichen Grenzen von Raum und Zeit stattfinden, wenn es das überhaupt gibt, existiert auch eine solche Ordnung nicht mehr.

(4) Damit löst sich aber auch die erste Antinomie von Kants KRV auf. Denn die Thesis „Die Welt hat einen Anfang in der Zeit, und ist dem Raum nach auch in Grenzen eingeschlossen" (KRV. A426/B454) gilt auf der physikalisch-empirischen Ebene. Die Antithesis aber „Die Welt hat keinen Anfang, und keine Grenzen im Raume, sondern ist, sowohl in Ansehung der Zeit, als des Raumes, unendlich." (KRV. A427/B455) gilt nur auf theoretisch-fiktionaler Ebene. Auch der Beweis für die Thesis (vgl. A426–428/B454–456) gilt nur auf physikalisch-empirischer Ebene, der Beweis für die Antithesis aber (vgl. A427–429/B455–457) nur auf theoretisch-fiktionaler. Denn, um kurz auf den springenden Punkt hinzuweisen: Was den Beweis für die Thesis anbetrifft, so kann nur eine physikalisch-empirische, mithin potentiale Unendlichkeit nicht erschöpft werden, nicht aber eine theoretisch-fiktionale, aktuale Unendlichkeit. Was aber den Beweis für die Antithesis angeht, so können eine leere Zeit vor dem Weltanfange und ein leerer Raum, in dem die dem Raum nach begrenzte Welt sein soll, nur gedacht oder fingiert, nicht aber sinnlich erfahren werden. Da nun mit der transzendentalen Idealität von Raum und Zeit auch der Grund dahinfällt, der Welt als Ganzem nur den Status einer tranzendentalen Idee zuzusprechen, läßt sich auch nicht mehr sagen, daß es sich in obiger Antinomie um einen „Widerstreit der transzendentalen Ideen" handelt. Es ist in Wirklichkeit viel einfacher: Es handelt sich um einen Widerstreit von Empirie und Theorie, von denen die eine endlich ist, die andere das Unendliche wenigstens zu denken oder zu fingieren erlaubt.

Das Argument aber, gerade die Erfahrung lehre uns die Unendlichkeit von Raum und Zeit, weil sie nie an ein Ende kommt, hat nur innerhalb endlicher Bereiche Gültigkeit. Denn die Erfahrung lehrt nur einen endlichen Regress in indefinitum oder sine fine finitum, nicht aber einen unendlichen Regress in infinitum. Empirie ist in Wirklichkeit endlich. Auch wenn sich so die Grenzen der Ausdehnung von Raum

[8] Reichenbach, 1928, S. 326.

und Zeit empirisch noch so weit hinausschieben lassen, so werden wir doch deren aktuale Unendlichkeit nie erfahren. Die potentiale Unendlichkeit aber ist in *Wirklichkeit* stets endlich klein.

Doch läßt sich aus diesem Argument eine entscheidende neue Einsicht in Sachen Ausdehnung von Raum und Zeit folgern: Deren Endlichkeit kann auf Grund der prinzipiellen Endlichkeit von Empirie nur prinzipiell behauptet werden. Auf Grund der Möglichkeit eines empirischen, endlichen Regresses in indefinitum hat jedoch deren konkrete Bestimmung durch eine Festsetzung, mithin normativ zu erfolgen: Die konkreten Grenzen des raum-zeitlichen Universums können nur normativ festgesetzt, nicht aber als Tatsachen behauptet werden. Durch die *normative* Wendung der Frage läßt sich so die Kantische Behauptung, daß im empirischen Regress keine Erfahrung von einer absoluten Grenze angetroffen werden könne (vgl. KRV. A517/B545), zurückweisen.

So ist es aber nicht nur bei der Frage nach der Ausdehnung von Raum und Zeit, sondern auch bei der Frage nach deren Teilbarkeit. Denn de facto haben nicht Tatsachenbehauptungen, sondern Festsetzungen zu den atomaren, endlichen kleinen Raum- und Zeitpunkten sowie deren konkreter Größenbestimmung geführt. Das wird im folgenden noch deutlicher werden.

3. *Die Normativität von Raum und Zeit und die Philosophie des Als Ob*

(1) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete und endliche Größen, so sind sie auch nicht an sich gegeben und vom menschlichen Subjekt unabhängig. Sie sind zwar auch nicht bloß subjektiv, insofern sie von Mensch zu Mensch verschieden wären, aber doch von einem menschlichen Subjekt überhaupt bestimmt. Denn einmal ist durch definitorische Festsetzungen eingeführt worden, daß ein physikalisch-empirischer Raumpunkt eine atomare, endlich kleine Längen- und ein physikalisch-empirischer Zeitpunkt eine atomare, endlich kleine Zeiteinheit ist. Ferner basiert die genaue Bestimmung dieser Längeneinheit als 10^{-13} cm und dieser Zeiteinheit als 10^{-24} s auf der vorgängigen Festsetzung von Maßeinheiten, nämlich von Meter bzw. Zentimeter und Sekunde. Weiterhin basiert die Bestimmung von 10^{-13} cm als Hodon und von 10^{-24} s als Chronon wieder auf der Festsetzung von Maßeinheiten. Diese aber sind offenkundig nicht von Natur gegeben, sondern Menschenwerk. Nicht nur daß Raum- und Zeitpunkt eine Größe haben, sondern auch welche Größe sie haben, geht somit auf Festsetzungen zurück. Zudem sind diese beiden Quanta ja so klein, daß sie ohne gewaltsame Eingriffe in die Natur nie hätten festgesetzt werden können. Auch in diesem eklatanten Sinne sind sie subjektbestimmt. Sogar wenn sie Naturkonstanten bilden, heißt das noch lange nicht, daß

sie auch existieren würden, wenn es keine Menschen gäbe. Denn Naturkonstanten sind nicht naturgegeben, sondern konstante Postulate unserer Naturerkenntnis. Weil wir z.B. keine unendliche Lichtgeschwindigkeit messen können, *fordern* wir deren Konstanz im Sinne des Grenzcharakters der Lichtbewegung. Was aber deren Konstanz im Sinne eines Prinzips der metrischen Vorzugstellung des Lichts betrifft, so schreibt H. Reichenbach sehr richtig:

„Dass die Lichtgeschwindigkeit konstant *ist*, kann die Physik nicht behaupten, weil das Mass der Geschwindigkeit ein willkürliches Element in der Gleichzeitigkeitsdefinition enthält; sie kann als Aussage von objektiver Bedeutung nur behaupten, dass man die Lichtgeschwindigkeit ohne Widerspruch als konstant *definieren kann*."[9]

Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Sinne dieser widerspruchsfreien Definitionsmöglichkeit aber kann nicht als naturgegeben aufgefaßt werden, sondern basiert vielmehr auf einer widerspruchsfreien definitorischen Festsetzung. Dieser hier nicht weiter zu begründende stipulative Charakter der Naturkonstante „Lichtgeschwindigkeit" läßt sich aber prinzipiell auch von der Naturkonstante „Hodon" behaupten, wobei freilich noch nicht ganz abgeklärt ist, ob und wiefern es sich hier um eine Naturkonstante handelt.

(2) Die genauere Art und Weise aber, in der Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete und endliche Größen subjektbestimmt sind, können wir als normativ kennzeichnen. Denn Festsetzungen bilden nicht sinnvolle deskriptive Sätze, die wahr oder falsch oder etwas zwischen Wahr und Falsch sind. Sie bilden vielmehr latente Normen, die geboten oder verboten oder etwas zwischen Geboten und Verboten sind. Daraus ergibt sich für die Raum- und Zeitpunkte, die ja durch Festsetzungen bestimmt wurden: Sie sind nicht, sondern sollen sein. Nur durch diese Festsetzungen konnten wir auch der Möglichkeit eines empirischen, endlichen Regresses der Teilbarkeit dieser Raum- und Zeitpunkte ad indefinitum entgehen. Da sie jedoch die primären Elemente eines diskreten Raumes und einer diskreten Zeit bilden, läßt sich sagen: Auch Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete und endliche Größen *sind* nicht einfach, sondern *sollen sein.*

Das wird dadurch kaschiert, daß wir unsere normativen Festsetzungen so in die Welt hineinprojizieren, daß sie den Schein von Tatsachen erhalten. Aus Definitionen machen wir Tatsachen, aus den Intensionen von normativen Sätzen objektiv bestehende Extensionen der Welt. Wir behaupten: Ein physikalisch-empirischer Raumpunkt *ist* eine atomare, endlich kleine Längeneinheit von 10^{-13} cm und ein physikalisch-empirischer Zeitpunkt *ist* eine atomare, endlich kleine Zeiteinheit von 10^{-24} s. Doch gehen diese „Tatsachen" offenbar auf normative Festsetzungen zurück. Das zeigt sich auch daran, daß die beiden „ist" in den beiden Sätzen, die

[9] Reichenbach, 1928, S. 237.

diese „Tatsachen" ausdrücken, die Bedeutung von „soll sein" besitzen. Denn das Wörtchen „ist" hat nicht nur die Bedeutung des existentiellen (deskriptiven) „ist" mit dessen Unterabteilungen und des kopulativen oder prädikativen (deskriptiven) „ist" mit dessen Unterabteilungen, *sondern auch des normativen „ist" mit dessen Unterabteilungen*. Das ist bis jetzt u. W. übersehen worden.[10]

(3) Sind Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete und endliche Größen im normativen Sinne subjektbestimmt, so ergibt sich auch ein neuer Zugang zum alten Problem, ob Raum und Zeit „reale" oder „ideale" Größen bilden. Sind sie nämlich im normativen Sinne subjektbestimmt, so sind sie in gewissem Sinne ideal. Wir nennen diese spezifische Form des Idealismus Normativismus. Er besagt, daß Raum und Zeit als physikalisch-empirische, endliche Diskreta nicht einfach gegeben, sondern durch Normen gesetzt sind. Der Normativismus ist so noch ein Idealismus, aber er ist kein Idealismus der reinen Anschauung oder theoretischen Vernunft, sondern der praktischen oder des Willens. Denn nicht die theoretische Vernunft, die seit alters als das Vermögen gilt, welches über Wahrheit und Falschheit entscheidet, sondern die praktische setzt die Normen. Diese aber ist eine Funktion unseres Willens oder Interesses. Wenn wir also Kants transzendentale Idealität von Raum und Zeit aufgeben, so heißt das noch nicht, daß wir uns zu deren empirischer Realität bekennen. Wir vertreten vielmehr deren empirische Normativität. Das heißt: Raum und Zeit sind zwar empirische Größen, aber sie sind nicht in einem naiven Sinne einfach real, sondern durch Normen gesetzte empirische Größen. Ebenso: Wenn wir Kants Theorie, daß Raum und Zeit nur von Erscheinungen gelten, aufgeben, so heißt das ebenfalls noch nicht, daß wir behaupten, Raum und Zeit gelten von Dingen an sich. Vielmehr bilden die Relationen von Raum und Zeit Relationen von Raum- und Zeitwerten. Denn sind Raum- und Zeitpunkt im gekennzeichneten Sinne nicht etwas, was *ist*, sondern etwas, was sein *soll*, so können wir ihnen den Status von freilich außermoralischen Werten zusprechen. Diese sind aber offensichtlich nicht jungfräuliche Dinge an sich, sondern in einem entscheidenden Sinne Menschenwerk.

Betont sei aber, daß unsere Position des Normativismus zwar nicht mit einem naiven, aber doch mit einem hypothetischen Realismus verträglich ist. Denn im hypo-thetischen oder setzenden Element dieses Realismus steckt auch das normative. Setzungen sind nämlich wie Festsetzungen weder wahr noch falsch, sondern verkappte Normen. Raum und Zeit als physikalisch-empirische, diskrete und endliche Größen sind so im normativen Sinne ideal, im hypothetischen aber real.

[10] Diese entscheidende Einsicht findet sich nicht in den Standardwerken der mathematischen Logik. Wir vermissen sie aber z. B. auch bei Stegmüller, 1969, der ebd. S. 67–78 ausführlich die verschiedenen Funktionen des „ist" untersucht.

(5) Sind Raum und Zeit physikalisch-empirische, diskrete und endliche Größen, so besitzt die Kontinuität von Raum und Zeit weder im schwachen Sinne einer abzählbaren unendlichen noch im starken einer überabzählbar unendlichen Menge von ausdehnungslosen Raum- und Zeitpunkten ein Fundament in einer freilich im normativen Sinne bestimmten, diskreten räumlich-zeitlichen Wirklichkeit. Die Grundlage der gewöhnlichen analytischen Geometrie, das Cantor-Dedekindsche Axiom, das von den Punkten und Geraden verlangt, daß sie eineindeutig den reellen Zahlen entsprechen, gilt so jedenfalls nicht von einer empirischen „Geraden". Den irrationalen Zahlen wie auch den mathematischen Häufungspunkten z.B., d.h. Punkten, die in jeder noch so engen Umgebung unendlich viele Glieder einer Folge enthalten, entsprechen keine Punkte der empirischen, räumlich-zeitlichen Wirklichkeit. Damit wird auch die These A. Grünbaums erschüttert:

"...: the empirical facts codified in terms of the classical mathematical apparatus in our most sophisticated and best confirmed physical theories support continuity in a *broadly inductive* sense as a *framework principle* to the exclusion of the prima facie rivals of the continuum."[11]

Inwiefern die erwähnten „empirical facts" Kontinuität auch nur in einem „broadly inductive sense as a *framework principle*" stützen sollen, ist uns völlig uneinsehbar. Denn Kontinuität involviert sowohl im schwachen als auch im starken Sinne eine unendliche Punktmenge. Inwiefern sich aber die Existenz des Unendlichen durch unsere endliche Empirie bestätigen lassen soll, ist nicht nachvollziehbar. Im übrigen brauchen solche Rahmenwerkprinzipien gar nicht induktiv gestützt zu werden. Sie lassen sich vielmehr adäquater als Bedingungen der Möglichkeit der mathematischen Formulierung von empirisch prüfbaren Theorien ansehen, die selber nicht wieder empirisch geprüft werden können noch empirisch geprüft zu werden brauchen.

Doch ist aus der fehlenden empirischen Fundierung der Kontinuität noch nicht zu folgern, daß es sich einfach um eine Konvention handelt. Auch wenn das Ergebnis des „Säuretestes" der Konventionalität negativ ist[12], so folgt daraus noch nicht der in einem weiten Sinne empirisch gestützte tatsächliche Charakter der Kontinuität. Es kann sich vielmehr um eine Fiktion handeln, die wir so von einer Konvention unterscheiden können, daß sie im Widerspruch zu den empirischen „Tatsachen" steht und keineswegs willkürlich ist. Dies scheint uns auch bei der Kontinuität von Raum und Zeit der Fall zu sein. Denn einerseits steht sie in eindeutigem Widerspruch zu den empirischen, wenn auch normierten „Tatsachen", andererseits ist sie keineswegs eine willkürliche, beliebig zu ändernde Konvention, sondern zutiefst im mathematischen Apparat moderner Naturwissenschaft fundiert. Sie aufzugeben, würde u.a. bedeuten, daß alle Differenzialgleichungen in Differenzengleichungen

---

[11] *Grünbaum, 1973², S. 336.*

[12] *Grünbaum, 1973², S. 335.*

umzuformulieren wären. Doch ist nicht zu erwarten, daß die Physiker in nächster Zeit auf die Vorteile der Differentialrechnung völlig verzichten werden. Eher werden sie, soweit als möglich, diese als nützliche Fiktionen im Sinne einer Philosophie des Als Ob beibehalten. Nicht nur den fiktionalen Charaker der Kontinuität von Raum und Zeit, sondern auch die Zweckmäßigkeit und Macht dieser „wissenschaftlichen Dichtung zu praktischen Zwecken" gilt es zu betonen.

Man möge also unser Plädoyer für Raum und Zeit als diskrete Größen auf *physikalisch-empirischer* Ebene keineswegs so mißverstehen, daß wir für den Verzicht des äußerst fruchtbaren Begriffes der Kontinuität von Raum und Zeit auf *theoretisch-fiktionaler* Ebene plädieren. Im Gegenteil scheinen physikalisch-empirische Raum-Zeit-Punkte eine kontinuierliche, mathematische Raum-Zeit auf *theoretisch-fiktionaler* Ebene sogar vorauszusetzen. Denn physikalisch-empirische Raum-Zeit-Punkte müssen nicht nur durch mathematische Punkte definiert werden, zwischen denen sie sich jeweils erstrecken, sondern präsupponieren auch ein Kontinuum solcher Punkte, innerhalb dessen sie und ihre „Zwischenräume" theoretisch lokalisiert werden können. Insofern ist selbstverständlich *auch* eine physikalisch-empirische Raum-Zeit wie vermutlich Empirie überhaupt theoriegeladen. Daß die Kontinuität auf theoretisch-fiktionaler Ebene den empirischen „Tatsachen" widerspricht, ist noch kein Argument gegen sie. Im Gegenteil: Weil sie den „Tatsachen" widerspricht, kann sie sie erhellen. Mit Recht schreibt so P. Feyerabend einmal in anderem Zusammenhang:

„...: *man braucht eine Traumwelt, um die Eigenschaften der wirklichen Welt zu erkennen, in der wir zu leben glauben* (und die in Wirklichkeit vielleicht nur eine andere Traumwelt ist)."[13]

Andererseits widerlegt natürlich die Kontinuität auf theoretisch-fiktionaler Ebene nicht die Diskontinuität auf physikalisch-empirischer, so wenig wie theoretische Fiktionen empirische „Tatsachen" widerlegen, sondern eher sie erhellen.

(6) Entscheidend ist jedoch für die Problematik des Unendlichen überhaupt folgendes: Die Existenz unendlicher Mengen kann nicht nur nicht empirisch (vgl. S. 58), sondern auch nicht mathematisch *bewiesen*, vielmehr nur axiomatisch *gefordert* werden.[14] Deshalb sind auch die unendlichen Mengen involvierende Kontinuität und unendliche Ausdehnung von Raum und Zeit weder empirisch noch mathematisch bewiesene *Tatsachen* theoretischer, sondern *Normen* praktischer wissenschaftlicher Vernunft. Unsere Position des Normativismus bewährt sich somit nicht nur bei Raum und Zeit als diskreten und endlichen, sondern auch bei Raum und Zeit als kontinuierlichen und unendlichen Größen. Da sich jedoch die Diskontinuität und endliche Ausdehnung, so theoriegeladen sie ist, im Unterschied

---

[13] Feyerabend, 1976², S. 51.

[14] vgl. Bernays/Fraenkel, 1968², S. 147–148.

zur Kontinuität und unendlichen Ausdehnung noch durch *„empirische" Normen* stützen läßt, können wir einem Sprachgebrauch folgend die Kontinuität und unendliche Ausdehnung von Raum und Zeit als „fiktiv" im Sinne einer Philosophie des Als Ob bezeichnen. Kurz: Sind die Diskontinuität und endliche Ausdehnung von Raum und Zeit *„empirionormativ"*, so die Kontinuität und unendliche Ausdehnung *fiktio-* oder *„theorionormativ"*. Beide aber sind normativ. Das aber bedeutet: Der fruchtbare Konflikt zwischen Theorie und Empirie hinsichtlich von Raum und Zeit besteht nicht im Konflikt zwischen zwei *deskriptiven*, sondern zwischen zwei *normativen* Systemen. Die Position einer Philosophie des Als Ob aber hinsichtlich von Raum und Zeit qua kontinuierlichen Größen muß in die allgemeinere Position des Normativismus eingeordnet werden. Wir präzisieren sie deshalb als *normativistische* Philosophie des Als Ob.

Nun ergibt sich eine weitere Einsicht in den Entstehungsgrund von Zenons Paradoxien der Bewegung: Die mathematische Kompetenzüberschreitung, worauf sie beruhen, ist normativer Natur. Da sie nämlich unendliche Mengen in der physikalisch-empirischen Wirklichkeit voraussetzen, sind sie nicht Probleme, die durch Beschreibung einer vorhandenen, sondern durch Forderung einer nicht vorhandenen Wirklichkeit entstehen: Nicht eine *be*schriebene, sondern eine *vor*geschriebene Wirklichkeit erzeugt diese Probleme. Ändern wir aber diese Wirklichkeit (sic), indem wir unsere Normen von ihr ändern, so verschwinden auch die Probleme. Denn eine normative Theorie hat diese Schwierigkeiten eingeschaltet und eine normative Theorie schaltet sie aus.

Schlußwort

Fassen wir in *einem* Satz zusammen, worauf es dieser Arbeit im wesentlichen ankam:

Es ging ihr darum, Zenons Paradoxien der Bewegung, die in ihrer Deutung alle Paradoxien des Unendlichen sind, durch eine Strategie der Ausschaltung des Unendlichen zwar nicht zu lösen, aber zu eliminieren und daraus einige Konsequenzen für die Struktur von Raum und Zeit zu ziehen. – Wenn nämlich schon auf mathematischer Ebene die Ausschaltung des Unendlichkleinen und -großen möglich und zweckmäßig ist,[1] so ist dies a fortiori auch auf der physikalisch-empirischen Ebene, wo sich Zenons Paradoxien der Bewegung abspielen, sinnvoll und geboten.

---

[1] vgl. Kaufmann, 1930.

Literaturverzeichnis

I

Bibliographische Hinweise zu Zenons Paradoxien der Bewegung und den mit ihnen zusammenhängenden Problemen finden sich in:

Cajori, F., *The History of Zeno's Arguments on Motion* in *American Mathematical Monthly*, XXII, 1915, 1–6, 38–47, 77–82, 109–115, 143–149, 179–186, 215–220, 253–258, 292–297.

Lee, H. D. P., *Zeno of Elea*, S. 124–125, Amsterdam 1935, 1967².

Ross, W. D., *Aristotle's Physics*, S. XI–XII, Oxford 1936.

Untersteiner, M., *Zenone*, S. VII–XVII, Firenze 1963.

Totok, W., *Handbuch der Geschichte der Philosophie*, I, Altertum, S. 123–124, Frankfurt am Main 1964.

Guthrie, W. C. K., *A History of Greek Philosophy*, II, S. 85–87, Cambridge 1965.

Vlastos, G., *Zeno of Elea* in *Encyclopedia of Philosophy*, VIII, S. 378–379, ed. by P. Edwards, New York 1967.

Salmon, W. C., *Zeno's Paradoxes*, S. 270–282, Indianapolis & New York 1970.

Fritz, K. v., *Zenon von Elea* in *Schriften zur griechischen Logik*, I, S. 96–98, Stuttgart – Bad Cannstatt 1978.

Barnes, J., *The Presocratic Philosophers*, I, S. 356–358, London, Henley and Boston 1979.

Die ausführlichste Bibliographie bietet Salmon, W. C., op. cit.

II

Eine Anthologie von repräsentativen Aufsätzen aus unserem Jahrhundert findet sich in Salmon, W. C., op. cit.

III

Erwähnte Literatur:

Aristoteles, *Metaphysica*, recognovit brevique adnotatione critica instruxit, W. Jaeger, Oxonii 1964⁴.

Aristoteles, *Physica*, recognovit brevique adnotatione critica instruxit, W. D. Ross, Oxonii, 1966⁴.

Aristoteles, *On coming-to-be & assing-away (De generatione et corruptione)*, a revised text with introduction and commentary by H. H. Joachim, Oxford 1922, Hildesheim – New York 1970².

Aristoteles, *On the Heavens (De caelo).* With an English translation by W. K. C. Guthrie, London-Cambridge Ma., 1939.

Augustinus, *Confessiones (Bekenntnisse),* eingeleitet, übersetzt und erläutert von J. Bernhart, München 1966³.

Barnes, J., *The Presocratic Philosophers,* I, *Thales to Zeno,* II, *Empedocles to Democritus,* London, Henley and Boston 1979.

Benardete, J., *Infinity: An Essay in Metaphysics,* Oxford 1964.

Bernays, P. / Fraenkel, A. A., *Axiomatic Set Theory,* Amsterdam 1968².

Bernays, P., siehe auch unter Hilbert, D.

Bergson, H., *L'évolution créatrice,* Paris 1930³⁵.

Black, M., *Problems of Analysis,* London 1954.

Bolzano, B., *Paradoxien des Unendlichen,* Text herausgegeben von Fr. Příhonský, mit Einleitung und Anmerkungen herausgegeben von Bob van Rootselaar, Hamburg 1975.

Booth, N. B., *Zeno's Paradoxes* in *Journal of Hellenic Studies,* LXXVII, 1957, S. 189–201.

Bridgman, P. W., *Some Implications of Recent Points of View in Physics,* in *Revue Internationale de Philosophie,* III, No. 10, 1949.

Brochard, V., *Études de Philosophie ancienne et de Philosophie moderne,* recueillies et précédées d'une introduction par V. Delbos, Paris 1912.

Cajori, F., *op. cit.*

Calogero, G., *Studien über den Eleatismus,* ins Deutsche übersetzt von W. Raible, Darmstadt 1970.

Cantor, G., *Gesammelte Abhandlungen,* hg. v. E. Zermelo, Berlin 1932.

Čapek, M., *The Inclusion of Becoming in the Physical World* in *The Concepts of Space and Time,* S. 501–524, ed. by M. Čapek, Dordrecht-Boston 1976.

Castell, L., Drieschner, M., Weizsäcker, C. F. v., Hg. v. *Quantum Theory and the Structure of Time and Space,* II, München 1977.

Carnap, R., *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft,* hg. von Martin Gardner, aus dem Amerikanischen von W. Hoering, München 1969.

Cherniss, H., *Aristotle's Criticism of Presocratic Philosophy,* Baltimore 1935.

Cornford, F. M., *Plato and Parmenides,* London 1951³.

Dedekind, H., *Gesammelte mathematische Werke,* III, hg. v. R. Fricke, E. Noether, Oe. Ore, Braunschweig 1932.

Diels, H., *Die Fragmente der Vorsokratiker,* griechisch und deutsch v. H. Diels, hg. v. W. Kranz, II, Dublin-Zürich, 1968¹³.

Diogenes Laertius, *Vitae Philosophorum,* II, recognovit brevique adnotatione critica instruxit H. S. Long, Oxford 1964.

Drieschner, M., siehe Castell, L.

Einstein, A., *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie,* Berlin, Oxford, Braunschweig 1973².

Évellin, F., *Infini et Quantité,* Paris 1881.

Feyerabend, P., *Wider den Methodenzwang,* Frankfurt am Main 1976².

Fraenkel, A., *Einleitung in die Mengenlehre,* Berlin 1928³.

Fraenkel, A., siehe auch unter Bernays, P.

Fritz, K. v., *Schriften zur griechischen Logik*, I, *Logik und Erkenntnistheorie*, Stuttgart – Bad Cannstatt 1978.

Furley, David J., *Two Studies in the Greek Atomists*, Princeton, New Jersey 1967.

Galilei, G., *Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend*, hg. v. A. v. Oettingen, Darmstadt 1973^2.

Gigon, O., *Zu Anaxagoras*, *Philologus*, XCI, 1936, 1–41.

Gosztonyi, A., *Der Raum*, I, Freiburg-München, 1976.

Grünbaum, A., *Whitehead's Method of Extensive Abstraction*, in *British Journal for the Philosophy of Science*, IV, 1953, S. 215–226.

Grünbaum, A., *Modern Science and Zeno's Pradoxes*, Middletown, Conn. 1967.

Grünbaum, A., *Philosophical Problems of Space and Time*, Dordrecht-Boston 1973^2.

Hasse, H. und Scholz, H., *Die Grundlagenkrisis der Griechischen Mathematik*, Berlin 1928.

Heath, Th., *A History of Greek Mathematics*, I, Oxford 1921.

Hegel, G. W. F., *Vorlesungen über die Geschichte der Philosphie*, I, hg. v. H. Glockner, Stuttgart 1959.

Heidel, W. A., *The Pythagoreans and Greek Mathematics* in *American Journal of Philology*, Vol. 61, 1940, S. 1–33.

Heisenberg, W., *Annalen der Physik*, 32, 1938, S. 20–32.

Heisenberg, W., *Schritte über Grenzen*, München 1971.

Hilbert, D., *Über das Unendliche*, Math. Ann. Bd. 95, 1926, S. 161–190.

Hilbert, D., *Gesammelte Abhandlungen*, III, Berlin 1935.

Hilbert, D. und Bernays P., *Grundlagen der Mathematik*, I, Berlin 1935.

Hjelmslev, J., *Die natürliche Geometrie*, in *Hamburger mathematische Einzelschriften*, 1. Heft, Hamburg 1923.

Immerwahr, J., *An Interpretation of Zeno's Stadium Paradox* in *Phronesis*, XXIII, 1978, S. 22–26.

James, W., *Some Problems of Philosophy*, New York, Bombay and Calcutta 1911.

Jammer, M., *Das Problem des Raumes*, Darmstadt 1960^2.

Joachim, H. H., op. cit.

Kanitscheider, B., *Geometrie und Wirklichkeit*, Berlin 1971.

Kant, I., *Kritik der reinen Vernunft*, hg. v. R. Schmidt, Hamburg 1956^2.

Kaufmann, F., *Das Unendliche in der Mathematik und seine Ausschaltung*, Leipzig und Wien 1930.

Kirk, G. S. / Raven, J. E., *The Presocratic Philosophers*, Cambridge 1957.

Lee, H. D. P., *Zeno of Elea*, Amsterdam 1935, 1967^2.

Lee, H. N., *Are Zeno's Arguments Based on a Mistake?*, Mind, 74, 1965, S. 563–570.

Lukrez, T., *De rerum natura, Welt aus Atomen*, übersetzt und mit einem Nachwort herausgegeben von K. Büchner, Stuttgart 1973.

Luria, S., *Die Infinitesimallehre der antiken Atomisten* in *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik,* hg. v. O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz, Abt. B, Band 2, S. 106–185, Berlin 1933.

March, A., *Natur und Erkenntnis,* Wien 1948.
March, A., *Quantum Mechanics of Particles and Wave Fields,* New York – London 1951.

Nerlich, G., *The shape of space,* Cambridge, London, New York, Melbourne 1976.

Owen, G. E. L., *Zeno and the Mathematicians,* in *Studies in Presocratic Philosophy,* II, ed. by R. E. Allen and David J. Furley, S. 143–165, London 1975, und in Salmon, op. cit. S. 139–163.

Parmenides, A Text with Translation, Commentary, and Critical Essays, ed. by L. Tarán, Princeton, New Jersey 1965.
Pickering, F. R., *Aristotle on Zeno and the now* in *Phronesis,* XXIII, 1978, S. 253–257.

Raven, J. E., *Pythagoreans and Eleatics,* Cambridge 1948.
Reichenbach, H., *Philosophie der Raum-Zeit-Lehre,* Berlin/Leipzig 1928.
Renouvier, Ch., *Traité de logique générale et de logique formelle,* I, Paris, 1912².
Robinson, A., *Non-Standard Analysis,* Amsterdam/London 1970².
Ross, W. D., op. cit.
Röd, W., *Die Philosophie der Antike 1, von Thales bis Demokrit,* München 1976.
Russell, B., *The Principles of Mathematics,* London 1937².
Russell, B., *Our Knowledge of the External World,* 1926³, vgl. Salmon, W. C., op. cit. S. 45–58.
Ryle, G., *Dilemmas,* Cambridge 1954.

Salmon, W. C., op. cit.
Salmon, W. C., *Space, Time & Motion, A Philosophical Introduction,* Encino, California, and Belmont, California, 1975.
Schramm, M., *Die Bedeutung der Bewegungslehre des Aristoteles für seine beiden Lösungen der zenonischen Paradoxie,* Frankfurt am Main 1962.
Schofield, M., *An Essay on Anaxagoras,* Cambridge 1980.
Schwarz, F., *Ist die Zeit quantisiert?* in *Umschau in Wissenschaft und Technik* 78, 1978, Heft 6, S. 183–184.
Shamsi, F. A., *Zeno's Paradoxes, Towards a solution at last* in *Islamic Studies,* 1972, II, S. 125–151.
Sinnige, Th. G., *Matter and Infinity in the Presocratic Schools and Plato,* Assen 1968.
Stegmüller, W., *Der Phänomenalismus und seine Schwierigkeiten – Sprache und Logik,* Darmstadt 1969.
Szabo, A., *Anfänge der griechischen Mathematik,* Wien 1969.

Tannery, P., *Le concept scientifique du continu, Zénon d'Elée et Georg Cantor, Revue philosophique de la France et de l'étranger,* Vol. 20, 1885, S. 385–440.

Untersteiner, M., op. cit.

Vlastos, G., *Zeno of Elea* in *Encyclopedia of Philosophy,* VIII, S. 369–379, ed. by P. Edwards, New York 1967.

Vlastos, G., *Ravens's Pythagoreans and Eleatics'* in *Studies in Presocratic Philosophy,* II, ed. by R. E. Allen und David J. Furley, S. 166–176, London 1975.

Vlastos, G., *A Note on Zeno's Arrow,* ebd. S. 184–200.

Vlastos, G., *Zeno's Race Course,* ebd. S. 201–220.

Waerden, B. L. v. der, *Zenon und die Grundlagenkrise der griechischen Mathematik* in *Mathematische Annalen,* Vol. 117, 1940, S. 141–161.

Wagner, H., *Aristoteles, Physikvorlesung,* Darmstadt 1972².

Waismann, F., *Einführung in das mathematische Denken,* München 1970³.

Waismann, F., *Was ist logische Analyse?,* hg. v. Gerd H. Reitzig, Frankfurt am Main 1973.

Weiss, P., *Reality,* London and Amsterdam 1967³.

Whitrow, J. G., *The Natural Philosophy of Time,* London 1961.

Wieland, W., *Die aristotelische Physik,* Göttingen 1970².

Wisdom, J. O., *Achilles on a Physical Racecourse,* in Salmon, op. cit. S. 82–88.

Wittgenstein, L., *Tractatus logico-philosophicus* in *Schriften 1,* Frankfurt am Main 1969.

Weizsäcker, C. F. v., siehe Castell, L.

Zeuthen H. G., *Die Mathematik im Altertum und im Mittelalter,* Leipzig-Berlin 1912.

Register

Namenverzeichnis

Stellenverzeichnis

Nachwort zur 2. Auflage 1995

Vor 14 Jahren habe ich eine Schrift publiziert „Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit". Einiges – insbesondere zur Raum-Zeit-Philosophie – bedürfte weiterführender Betrachtungen.[1] Da das seit längerer Zeit vergriffene Buch gleichwohl immer wieder verlangt und zitiert wird, so habe ich nach einigem Zögern dem Wunsch nach einer Neuauflage stattgegegeben. Einer Neubearbeitung standen innere und äussere Gründe entgegen. Ich füge jedoch ein knappes Nachwort hinzu, in dem ich in der gebotenen Kürze auf die Diskussion eingehe, welche das Buch hervorgerufen hat.

I.

In methodischer Hinsicht bin ich immer noch der Meinung, dass diese Paradoxien *innerhalb* der (physikalisch-empirischen) Voraussetzungen Zenons (vgl.S.32)[2] unlösbar sind und dass deshalb die entscheidende Frage nicht lautet „Wie können diese Paradoxien gelöst werden?", sondern „Was für Bedingungen müssen erfüllt sein, damit es nicht mehr zu diesen Paradoxien kommt?" (vgl.S. 50). Darin sah ich mich durch K. Popper bestätigt, der mir unter anderem schrieb: „Ich habe, ähnlich ... immer behauptet, dass Zeno's Argumente innerhalb seiner Voraussetzungen nicht widerlegt werden können."[3] Es ging mir also nicht darum, diese Paradoxien zu lösen, sondern „aufzulösen".

Der Unterschied besteht darin, dass im Falle einer Lösung die Aporie in eine Euporie überführt wird. Im Falle einer „Auflösung" aber stellt sich die Aporie nicht mehr stellt und erübrigt sich deshalb auch die Euporie. Dieser Zugang zu den Problemen ist – pace K. Popper[4] – in gewissem Sinne wittgensteinianisch: „Wie ich Philosophie betreibe, ist es ihre ganze Aufgabe, den Ausdruck so zu gestalten, dass gewisse Beunruhigungen // Probleme // verschwinden (Hertz.)".[5]

---

[1] Weiterführend zu Entwicklung und Problematik einer atomistischen Raum-Zeit-Struktur ist mit knapper Bezugnahme auf die Dissertation z.B. Meesen, 1989, S. 19–47.

[2] Seitenzahlen ohne weitere Angaben beziehen sich auf Ferber, 1981.

[3] Brief vom 19.5.85.

[4] Vgl. den Zusammenstoss zwischen K. Popper und L. Wittgenstein vom 26. Oktober 1946, wie er in der Autobiographie von Popper, 1974, S.122–123, erwähnt wird.

[5] Wittgenstein, 1989, S. 91.

L. Wittgenstein bezieht sich hier auf eine Stelle aus der „Einleitung" von L. Hertz' „Prinzipien der Mechanik" (1894):

„Aber offenbar irrt die Frage [nach dem Wesen der Electrizität] in Bezug auf die Antwort, welche sie erwartet. Nicht durch die Erkenntnis von neuen und mehreren Beziehungen und Verknüpfungen kann sie befriedigt werden, sondern durch die Entfernung der Widersprüche unter den vorhandenen, vielleicht also durch Verminderung der vorhandenen Beziehungen. Sind diese schmerzenden Widersprüche entfernt, so ist zwar nicht die Frage nach dem Wesen beantwortet, aber der nicht mehr gequälte Geist hört auf, die für ihn unberechtigte Frage zu stellen."[6]

Aehnlich liesse sich sagen: Sind die „schmerzenden Widersprüche" in Zenons Paradoxien entfernt, so sind die Paradoxien zwar nicht gelöst, „aber der nicht mehr gequälte Geist hört auf, die für ihn unberechtigte[n] Frage[n] zu stellen". Damit ist keineswegs gesagt, dass sich nicht neue Fragen erheben, aber die alten, d.h. Zenons Paradoxien der Bewegung, stellen sich nicht mehr. Diese „schmerzenden Widersprüche" in Zenons Paradoxien beruhen auf dem „Fundamentalparadox", wonach (a) eine Raum- bzw. Zeitstrecke kontinuierlich, (b) ein Raum- bzw. Zeitpunkt dagegen unteilbar und ausdehnungslos ist (vgl.S.50). Die beiden Voraussetzungen schliessen sich gegenseitig aus und enthalten den den Paradoxien zugrundeliegenden fundamentalen Widerspruch.

Zu diesem Paradox – es wird auch das Eudoxische Kompositionsproblem genannt[7] – gibt es mindestens vier Antworten. Sie seien hier stichwortartig charakterisiert:

(1) Aristoteles löst das Paradox durch seine Theorie des Kontinuums, wonach eine Linie nicht aus Punkten besteht, sondern die Punkte nur potentiale Einschnitte in der Linie sind.

(2) Die Infinitesimalrechnung begegnet dem Paradox durch das Grenzwertverfahren: die Differentialrechnung insofern, als der Uebergang von einer ausgedehnten Linie zu einem ausgedehnungslosen Punkt durch Postulierung eines Grenzwertes einer unendlich klein werdenden Linie geschieht; die Integralrechnung insofern, als die Linie als Summe von unendlich vielen Summanden, welche unendlich klein sind, beschrieben wird. Diese Summe lässt sich wieder als Grenzwert definieren lässt, der dann eine positive Zahl sein kann.

(3) Die Cantorsche Kontinnums-Theorie löst das Paradox insofern, als sich eine nicht abzählbare unendliche Menge von ausdehnungslosen Punkten bzw. degenerierten Subintervallen zwar nicht arithmetisch addieren, aber mengentheoretisch so vereinigen lässt, dass das Paradox nicht mehr entsteht.

(4) Eine Auflösung des Paradoxes aber geht auf die von Aristoteles Platon zugeschriebene Theorie der „unteilbaren Linien" (vgl.Aristoteles.Metaph.A9.992a20–22) zurück.[8] Während jedoch die Versuche (1) bis (3) das „Fundamentalparadox" zu

[6] Hertz, 1963, S.9.

[7] Vgl. Waschkies, 1977, S. 237–266.

[8] Vgl. Ross, 1924, S. 203–207.

lösen versuchen, stellt sich das Problem *innerhalb* der Theorie der „unteilbaren Linien" nicht mehr, sondern löst sich auf „wie ein Stück Zucker im Wasser".[9]

Diese Theorie der „unteilbaren Linien" hat nun eine überraschende Rehabilitation durch die Hodon-Chronon-Theorie der Quantenphysik gefunden, welche auf Grund von theoretischen Vorentscheiden glaubt solche „unteilbaren Längen" auch auf der physikalisch-empirischen Ebene nachweisen zu können. In der neueren Forschung scheint allerdings einiges darauf hinzudeuten, dass diese Elementarlängen noch tiefer anzusetzen sind als die empirisch nachgewiesenen 10^{-13} cm und 10^{-24} sec. Zur Diskussion stehen 10^{-29} cm und 10^{-33} cm, deren empirischer Nachweis allerdings noch aussteht.[10]

Wie dem nun auch sei, der Vorteil dieser so rehabilitierten Theorie der „unteilbaren Längen" liegt darin, dass sie dem physikalisch-empirischen Charakter der Paradoxien gerecht wird, die vier Paradoxien durch eine einzige Grundannahme eliminiert sowie gegen verschiedene traditionelle Einwände gegen „unteilbaren Linien" immun ist (vgl.S.69–74), da diese neuen „unteilbaren Linien" ja nicht mathematischer, sondern physikalisch-empirischer Natur sind.[11]

Der „therapeutische" Aspekt aber dieser philosophischen Methode der Ausschaltung oder „Auflösung" statt Lösung beruht auf einer partiellen Uebertragung der Freudschen Psychoanalyse auf die Philosophie. Wir lesen in einer bedeutsamen, aber kaum bekannten Stelle der „Traumdeutung" (1900):

> „Seit Jahren beschäftige ich mich mit der Auflösung gewisser psychopathologischer Gebilde, der hysterischen Phobien, der Zwangsvorstellungen u.a. in therapeutischer Absicht; seitdem ich nämlich aus einer bedeutsamen Mitteilung von Josef Breuer weiss, dass für diese als Krankheitssymptome empfundenen Bildungen Auflösung und Lösung in eines zusammenfällt. Hat man eine solche pathologische Vorstellung auf die Elemente zurückführen können, aus denen sie im Seelenleben des Kranken hervorgegangen ist, so ist diese auch zerfallen, der Kranke von ihr befreit. Bei der Ohnmacht unserer sonstigen therapeutischen Bestrebungen und angesichts der Rätselhaftigkeit dieser Zustände erschien es mir verlockend, auf dem von Breuer eingeschlagenen Wege trotz aller Schwierigkeiten bis zur vollen Aufklärung vorzudringen." [12]

Wohl auf Grund dieser Stelle konnte L. Wittgenstein zur Vermutung gelangen: „Ich habe immer geglaubt – ohne dass ich weiss, warum – dass der eigentliche Same der Psychoanalyse von Breuer, nicht von Freud herrührt. Das Samenkorn kann natürlich nur ganz winzig gewesen sein. / (*Mut* ist immer originell.)"[13] Diese Hertz-Freudsche Methode ist von Ludwig Wittgenstein in den „Philosophischen Untersuchungen" in gewissem Sinne übernommen worden: „Der Philosoph behandelt eine

---

[9] Wittgenstein, 1989, S.192.

[10] Vgl. z.B. Close in Davies, 1989,S. 396–424. Ich bin für diesen Hinweis Thomas Glauser verpflichtet.

[11] Vgl. zur Widerlegung der antiatomistischen Einwände bereits Rogers, 1968, S.117–123.

[12] Freud, 1942, 2. Kap., S. 92-93,

[13] Wittgenstein, 1994, S. 79.

Frage; wie eine Krankheit" (PU. § 255), und ihr habe ich mich bei der „Behandlung" von Zenons Paradoxien anzuschliessen versucht. Was Zenon zu beweisen versucht, nämlich dass es keine Bewegung geben kann, ist soweit vom Augenschein entfernt, dass man diese Vorstellung vom Standpunkt des Augenscheins wohl nur als „pathologisch" bezeichnen kann. Ins Philosophische gewendet, könnte nämlich die Entdeckung S. Freuds bzw. J. Breuers etwa folgendermassen formuliert werden: „Hat man solche 'pathologischen' Vorstellungen – Zenons Paradoxien – auf die Elemente zurückführen können, aus denen sie im Seelenleben des 'Kranken' hervorgegangen sind, so sind diese auch zerfallen, und 'der Kranke' ist von ihnen befreit." Deshalb erscheint eine „Therapie" angebracht, die „auf dem eingeschlagenen Wege trotz aller Schwierigkeiten bis zur vollen Aufklärung" vorzudringen versucht.

Es ging meiner Arbeit also nicht darum, zu den bisherigen Lösungen eine weitere hinzuzufügen. Aber ich leugne auch die Paradoxien nicht ab initio, sondern gehe sogar von der Voraussetzung aus, dass diese Paradoxien „einfach, kraftvoll, tief und nicht bloss triviale Sophismen" sind (S.4). Es sind trotz ihres witzigen Charakters „tiefe Beunruhigungen" (PU. § 111). Wenn wir von ihrer witzigen Form absehen, so liesse sich sagen, dass sie jenen „tiefen", wenn auch nicht unbedingt witzigen Paralogismen der „Kritik der reinen Vernunft" gleichen, welche ihren Grund nicht in einer privaten Verirrung, sondern in der Natur der Menschenvernunft haben und „eine unvermeidlichliche, obzwar nicht *unauflösliche*, Illusion bei sich führen" (KrV.A341/B399)(Hervorhebung R.F.).

Indem aber die Wurzel aufgedeckt wird (vgl.S.5), welche den falschen Schein erzeugt, werden auch die Zenonischen Paralogismen *auf*gelöst, ohne dass sie damit *ge*löst sind. Allerdings versucht Zenon nicht Antinomien wie z.B. diejenige von der unendlichen Teilbarkeit oder Einfachheit der Dinge in der Welt (vgl.KrV.A434/B462–A438/B467), sondern den *Augenschein* als blossen Schein zu erweisen. Er macht das, indem er eine Antinomie – das den Paradoxien zugrundeliegende „Fundamentalparadox" – auf die sinnlich erfahrbare Welt, eben den Augenschein, anwendet. Dies aber geschieht so ingeniös, dass seine Paradoxien *innerhalb* seiner Voraussetzungen – ähnlich wie die Antinomien innerhalb der Voraussetzungen der „Kritik der reinen Vernunft" – nicht *ge*löst werden können. Ein Heraustreten aus diesen Voraussetzungen bzw. eine Aenderung der Betrachtungsweise oder des Aspektsehens kann sie aber *auf*lösen. „Auflösung und Lösung" aber fallen, mit S. Freud zu sprechen, dann „in eines zusammenfallen", wenn sich mit der Auflösung auch eine Lösung erübrigt, wie dies auch das paradoxe Motto L. Hohls andeutet, welches ich der Dissertation vorangestellt habe: „– : nur aus der Veränderung der Fragen erkennt man, beiläufig und wenn man angestrengt guckt, dass jene, die früheren Fragen gelöst sind."

Nun ist es nicht meine Ansicht, dass sich diese wittgensteinsche Methode der Problemauflösung, auf *alle* philosophischen Probleme ausdehnen lässt. Wenn dem so ist, so wäre es jedenfalls verwunderlich, weshalb so wenige Probleme bis jetzt durch diese „Behandlung“ erledigt werden konnten. Trotz Wittgenstein hat der „gequälte Geist“ der Menschen jedenfalls nicht aufgehört, „die für ihn unberechtigte[n] Frage [n] zu stellen“. Insbesondere scheint die „Was ist X?“-Frage eine Tendenz zur Wiederkehr zu haben. Es gibt wohl ein im menschlichen Geiste inhärentes und immer wiederkehrendes Streben nach einem letzten Wissen davon, *was* (bei wesentlichen Dingen) X ist, ein Streben, das einerseits nicht zu befriedigen und andererseits durch keine „Therapie“ zu beseitigen ist. Die wohl eindrücklichste Begründung dieses Sachverhaltes in der westlichen Philosophie findet sich in der „wahren Lehre“ von Platos „Siebtem Brief“ (vgl. Ep. VII. 342a– 344d).[14]

Aber in der potentiell unendlichen Fülle philosophischer Probleme finden wir einen Bereich von nicht trivialen Sophismen, die sinngemäss auch als „puzzles“ bezeichnet und durch Ausschaltung ihrer Voraussetzungen eliminiert werden können. Wie sich nun eine Therapie nicht allein an den Intellekt, sondern auch an den Willen richtet, so ging es mir bei der „Auflösung“ von Zenons Paradoxien in erster Linie darum, zu einer anderen Sehweise zu kommen oder einen „Aspektwechsel“ zu veranlassen. Es ging der Dissertation also „weniger darum, Thesen als wahr zu *be*weisen, als vielmehr darum, auf fruchtbare Aspekte *hin*zuweisen“ (vgl.S. 5). Dieses bescheidene Ziel scheint sie mir auch im nachhinein noch erreicht zu haben.

II.

Bei der aristotelischen Erklärung der Paradoxien drängt sich jedoch eine Präzisierung auf. Hier schreibe ich zur aristotelischen Lösung des „Fundamentalparadoxes“: „Zwar kann Aristoteles sagen, dass das Jetzt nur ein potentialer Einschnitt ist (vgl.Δ13.222a14). Doch dann lässt sich seine eigene Lehre von der Potentialität und Aktualität gegen ihn selber wenden. Denn die Potentialität setzt nach ihm Aktualität voraus (vgl.Metaph. Θ 8.1049b4–1051a3). Also setzen diese potentialen Einschnitte schon aktuale voraus, womit die Voraussetzung, die Zenon nach Aristoteles macht, wieder eingeführt ist. Die aristotelische Lösung kann somit nicht befriedigen“ (S.44). Ebenso schreibt auch H. Cherniss: „Aristotle's own doctrine of the priority of actuality (1049b4–1051a2) might have been turned against him to show that if he asserted the potential existence of an infinite number of parts in the line he must concede the actual existence of an infinite number of elements in continuity.“[15]

S. Wolf macht jedoch in seiner Studie „Das potentiell Unendliche“ darauf aufmerksam, dass Aristoteles hier einen besonderen Dynamisbegriff verwendet, dem kein Aktualitätsbegriff entspricht und auf den die herangezogene Metaphysikstelle nicht zutreffen kann.[16] Das Besondere dieses Dynamisbegriffes beim Unendlichen

[14] Vgl. für eine eingehende Interpretation Ferber 1991, insb. S. 40–52.

[15] Cherniss, 1935, S. 161.

[16] Wolf, 1983, S. 303.

besteht darin, dass das Unendliche „nicht in der Art und Weise der Möglichkeit nach ist, dass es in Wirklichkeit selbständig existieren wird, sondern nur in der Erkenntnis" (Metaph. Θ 6.1048b14–15). Das würde heissen, dass diese potential unendlich vielen Punkte nur gedankliche Einschnitte wären, denen keine Realität entspricht. Zwar hat der Läufer in den ersten beiden Paradoxien „akzidentell Unendliches durchlaufen" (Phys.Θ 8.263b6–7), insofern es ein Akzidens der Linie ist, unendliche Hälften zu sein (ebd.7–8). Das hat mich nun – trotz Metaph. Θ 6.1048b14–15 (vgl.S.35) – zur Meinung geführt, dass auch das potential Unendliche etwas objektiv bzw. extramental Seiendes sei. Es ist dies aber nur in dem Sinne, dass eine kontinuierliche Linie ihrem Wesen nach zwar keinen einzigen unteilbaren Punkt en*thält*, aber akzidentell unbestimmt viele en*thalten kann*. Sie enthält sie dann, wenn die ent-sprechenden Operationen an ihr durchgeführt werden. Die aristotelische Theorie von der *realen* Priorität der Aktualität vor der Potentialität kann aber nicht gegen ihn selber gewendet werden, wenn die Potentialität des Unendlichen keine reale ist. Die Linie hat jedoch ihrem Wesen nach nicht die Tendenz, sich in unendlich viele Punkte zu teilen. Der teilende Mensch erfasst andererseits aktual nicht schon unendlich viele Punkte, sondern kann mit der Teilung nur gedanklich *ad infinitum* weiterfahren. Mein Einwand gegen die aristotelische Lösung des „Fundamentalparadoxes" ist deshalb so zumindest auf der phänomenalen Ebene, auf welcher sich Aristoteles bewegt, nicht stichhaltig. Mit Recht wendet so W. R. Knorr gegen mich ein:

> „Aristotle's strategy in dealing with the paradoxes is thus not unlike the one attempted by Ferber: the arguments are reduced to a single basic assumption; and the paradoxes are eliminated by insisting on the invalidity of this assumption. With Ferber the obstructing principle is that of the continuity of empirical phenomena; for Aristotle it is the existence of the actual infinite.--.
> Aristotle's analysis also takes care of the 'fundamental paradox', as framed by Ferber; indeed, Aristotle's theory of the infinite was set up specifically to do just that. Moreover, his approach is fully viable and remains so as long as the actual infinite is denied."[17]

Nun erfasst man dasjenige, was ein Philosoph gezeigt hat, manchmal erst dann wieder, wenn man neuerdings wieder darauf hingewiesen worden ist. Indem auch W. R. Knorr in der erwähnten Antinomie – dem „Fundamentalparadox" – das Fundament der Zenonischen Paradoxien der Bewegung sieht, anerkennt er stillschweigend, dass die drei ersten Zenonischen Paradoxien der Bewegung auf *einem* „Fundamentalparadox" beruhen. Zudem gibt er unausgesprochen zu, dass die noch von J. Mansfeld trotz ihrer Widerlegung durch G. Calogero, N.B. Booth, J. Barnes und anderen dogmatisch vertretene Dilemma-Theorie der Paradoxien kein Fundament im aristotelischen Text hat.[18]

Da nun das Fundamentalparadox ebenfalls den anderen drei Paradoxien zugrundeliegt, so vermag die Lösung, welche ihm Aristoteles gibt, in der Tat auch

[17] Knorr, 1983, S. 55–56. Zitat S.61.

[18] Mansfeld, 1986, S. 16.

die drei anderen Paradoxien – wenn auch nicht das Stadium-Paradox in der aristotelischen Version – auf der phänomenalen Ebene zu lösen: Der Läufer und Achilles durchlaufen nur potential unendlich viele Strecken, der fliegende Pfeil befindet sich nur potential in einem ausdehnungslosen Punkt. Soweit ist W. R. Knorr's Rehabilitation des Aristoteles' recht zu geben.[19]

Allerdings scheint W.R. Knorr zu wenig zu beachten, dass Aristoteles damit die Paradoxien nur auf der phänomenalen Ebene einer „naiven" Physik löst. Der Läufer durcheilt jedoch in der empirischen Wirklichkeit eine Strecke, und der Pfeil fliegt in der empirischen Wirklichkeit. Das heisst aber, dass der Läufer *ex hypothesi* in der empirischen Wirklichkeit unendlich viele Bewegungen zu vollziehen hat und sich der Pfeil in der empirischen Wirklichkeit in einem ausdehnungslosen Jetztpunkt befindet. Diese physikalisch-empirische Natur wird explizit vom Stagiriten in der Formulierung der beiden ersten Paradoxien vorausgesetzt, wenn er schreibt, dass es nach Zenons falscher Argumentation unmöglich sei, Unendliches zu durcheilen oder Unendliches *einzeln zu berühren...* (vgl. Phys.Z2.233a21–23.Hervorhebung R.F.). Wir können nicht realiter Unendliches einzeln berühren, da wir nicht realiter bis unendlich zählen können. Darüber besteht trotz „Tasks and super-tasks" noch heute,[20] um mit Aristoteles zu sprechen, „Konsens, dass dies unmöglich ist" (vgl.Phys. Θ 8. 263a11.vgl. ebd. 6–11). Dieser Forderung, realiter das Unmögliche zu tun, verdanken die Paradoxien auch ihre Tiefe und Unlösbarkeit.

Da nämlich die empirische Wirklichkeit die Ebene ist, auf der sich Zenons Paradoxien abspielen (vgl.S. 32), so scheiden nicht nur die mathematischen Antworten als Lösungsversuche von Zenons empirischer Problemstellung aus;[21] auch die aristotelische Lösung verfehlt einen entscheidenden Aspekt von Zenons Problem, obwohl sie auf der phänomenalen Ebene korrekt ist. Was nämlich diese phänomenale Ebene auf der subphänomenalen Ebene bedeutet, zu der die *ex hypothesi* unendlich fortsetzbare reale Teilung einer Linie führt, das wird durch die aristotelische Lösung keineswegs präjudiziert. Die aristotelische Lösung ist so nur möglich, weil sie eine Voraussetzung Zenons – die reale Teilbarkeit ins Unendliche – bestreitet und auf die gedankliche Ebene verlegt. Sie kann im übrigen auch heutigen Ansprüchen der Mathematik und mathematischen Physik, welche die Punkt-für-Punkt-Entsprechung von Linie und *reellem* Zahlenkontinuum fordert, nicht mehr genügen.

Zenons Paradoxien der Bewegung enthüllen so bei näherer Betrachtung mindestens drei Problemschichten: die phänomenale, die mathematische und die physikalische bzw. subphänomenale. Aristoteles löst die Probleme nur auf der phänomenalen Ebene, genau so, wie die mathematischen Lösungsversuche mittels der Infinitesimalrechnung dies nur auf der mathematischen Ebene tun. Doch sowohl beim aristotelischen als auch beim mathematischen Lösungsversuch bleibt ein Unbehagen

---

[19] W. R. Knorr, 1983, S. 60–61.

[20] Titel eines vielzitierten Aufsatzes von Thomson, 1954, S. 1–13.

[21] Das ist z.B. wieder von Code, 1982, S. 45–58, herausgearbeitet worden.

zurück, welches übrigens D. Hilbert nicht entging (vgl.S. 49.66–67). Die mathematischen Lösungsversuche sind zwar auf der mathematischen Ebene korrekt, beachten aber nicht, dass Achilles bzw. die Läufer empirisch unendlich viele Aufgaben zu erfüllen haben und der Pfeil jeweils in der empirischen Wirklichkeit ruht. Der aristotelische Lösungsversuch aber ist nur auf der phänomenalen Ebene einer „naiven" Physik gültig.

Was diese empirische Wirklichkeit nun aber auf der subphänomenalen Ebene ist, lässt sich wohl nur durch die Quantenphysik bestimmen, der ich in den Grenzen meiner Kenntnisse durch die Einführung einer kleinsten Längen- („Hodon") und einer kleinsten Zeiteinheit („Chronon") gefolgt bin. Erst die atomistische Ausschaltung löst das Problem auch auf der subphänomenalen Ebene auf. Wie klein diese elementaren Einheiten auch sein mögen, sie sind jedenfalls grösser als Null, was nichts anderes bedeutet, als dass der physikalisch-empirische Raum und die physikalisch-empirische Zeit diskontinuierlich sind. Innerhalb dieses atomistischen Ansatzes stellen sich aber die ersten drei *und* das Stadium-Paradox (in der vorgeschlagenen Neuinterpretation) nicht mehr.

Ich behaupte jedoch die Diskontinuität von Raum und Zeit nur auf der physikalischen oder subphänomenalen Ebene, nicht aber auf der mathematischen. Auf der mathematischen gehe ich vielmehr von der Kontinuität im Sinne einer nützlichen Fiktion aus (vgl.S.69–74.85–91). Meine Raum-Zeit-Auffassung ist also nicht monistisch, sondern dualistisch bzw. genauer „trialistisch", insofern ich zwischen Raum und Zeit auf (1) der subphänomenalen, der (2) phänomenalen und (3) der mathematischen Ebene unterscheide. Beides aber, sowohl die (3) Kontinuität von Raum und Zeit auf der mathematischen Ebene und die (2) Diskontinuität auf der physikalisch-empirischen, beruhen auf normativen Festsetzungen, weshalb ich die eine „'empirionormativ'", die andere „'theorionormativ'" genannt habe. Diese Position habe ich – heute würde ich sagen im Sinne eines „exagérer pour mieux comprendre" – als „Normativismus" gekennzeichnet. Er ist zwar nicht mit einem naiven, aber mit einem hypothetischen Realismus insofern verträglich (85–88), als normative Festsetzungen in unsere theoretischen *und* empirischen Auffassungen von Raum und Zeit einfliessen. Die bei den getroffenen Festsetzungen angedeutete Theorie des normativen „ist" habe ich inzwischen anderweitig weiterentwickelt.[22]

III.

Trotz der im vorigen Abschnitt erwähnten Vorbehalte ist die aristotelische Lösung von grösster Tragweite; sie wurde von der Tradition so sehr verinnerlicht, dass I. Kant sie apriorisiert hat, wenn er wie selbstverständlich schreibt:

---

[22] Vgl. Ferber 1988a, S. 371–396, 1988b, S. 185–199, 1988c, S. 17–24, 1994, S. 721–724.

„Raum und Zeit sind *quanta continua*, weil kein Teil derselben gegeben werden kann, ohne ihn zwischen Grenzen (Punkten und Augenblicken) einzuschliessen, mithin nur so, dass dieser Teil selbst wiederum ein Raum, oder eine Zeit ist. Der Raum besteht also nur aus Räumen, die Zeit aus Zeiten. Punkte und Augenblicke sind nur Grenzen, d.i. blosse Stellen ihrer Einschränkung;"(KRV.A169/B211).[23]

Damit übernimmt Kant stillschweigend die aristotelische Lösung des „Fundamentalparadoxons", wonach der ausdehnungslose Raum- und Zeitpunkt nur ein potentialer Einschnitt bzw. eine Grenze sei (vgl.Phys.Δ10.218a24.Δ11.220a19–23), wobei das Jetzt nur der Möglichkeit nach teilt (vgl.Phys. Δ13.222a10–14). Die Kontinuität von Raum und Zeit ist nun eine tiefliegende, aber stillschweigend gemachte Voraussetzung der „transzendentalen Aesthetik", nach der Raum und Zeit keine empirische Begriffe, sondern notwendige Vorstellungen a priori, reine Formen der Anschauung und unendliche gegebene Grössen sind (vgl.KrV.A23/B38–A25/B40.A30/B46–A32/B48). Raum und Zeit als reine Formen der *Anschauung* sind nämlich kontinuierliche Grössen: Wo immer ich mir zwei unterschiedene Punkte a und b auf einer Linie vorstelle, kann ich mir einen dritten Punkt c zwischen ihnen vorstellen usw. ad inf. Ein *Begriff* dagegen kann zwar eine unendliche Menge von Vorstellungen *unter* sich, aber nicht *in* sich, d.h. in unendlich iterierbarer Form, enthalten (vgl.KrV.B40).[24] Diese Bestimmungen wären in der „transzendentalen Aesthetik" jedoch unmöglich gewesen, wenn Kant nicht die Kontinuität von Raum und Zeit vorausgesetzt hätte, wiewohl er diese Voraussetzung erst im System der Grundsätze des reinen Verstandes explizit einführt (vgl.KrV.A169/B211). Eine atomare Raum-Zeit-Struktur wäre für ihn offensichtlich weder eine notwendige Vorstellung a priori noch eine reine Form der Anschauung gewesen. W. R. Knorr befindet sich deshalb im Irrtum, wenn er schreibt:

„.... in his denials of Kant's positions that space and time are not empirical as such, that they are given *a priori*, that they are necessary representations, that they are pure intuitions, and so on (pp. 75 ff), Ferber seems not to realize that a *factual* premise on the nature of space and time (whether atomistic or continuous) is simply irrelevant to the issue."[25]

Nun beruht für mich die Atomizität von Raum und Zeit nicht simpliciter auf „faktische Prämissen", sondern auf *Festsetzungen*, die sich aber empirisch stützen lassen (vgl.56–66). Ich mache in diesem Sinne die Ausschaltung nicht zu einer „simplen emprischen Tatsache", wie W.R. Knorr unterstellt.[26] Ich mache die Ausschaltung vielmehr zu einer empirischen Tatsache, die theoretisch geladen ist und von schwerwiegenden Eingriffen des Menschen in die Natur abhängt. Andererseits

---

[23] Vgl. zu dieser Stelle Friedmann, 1992, S.74–75.

[24] So auch Friedmann, 1992, S. 63–65.

[25] Knorr, 1983, S. 63.: „Ferber thus seems to make the elimination of the paradoxes a matter of simple empirical fact.

[26] Knorr, 1983, S. 56.

ist seit langem bekannt, dass Prämissen der Euklidischen Geometrie – z. B. das Parallelenaxiom – in die Kantischen Apriori-Erwägungen eingehen und zu apriorischen Gegebenheiten erklärt werden. Aber schon die blosse Existenz von konsistenten Systemen der nichteuklidischen Geometrie vereitelt Kants apriorische Auffassung der euklidischen. Wenn nichteuklidische Systeme in konsistenter Art und Weise möglich sind, so können wir die Wahrheit eines besondern Systems – des euklidischen – jedenfalls nicht a priori erkennen.[27] Weniger bekannt ist jedoch, dass auch die aristotelischen Definitionen von Raum- und Zeitpunkt als Grenzen und damit auch die aristotelische Lösung des „Fundamentalparadoxes" in die Kantische Thematik in apriorisierter Form einfliessen.[28] Sie liegen nicht nur der in der „transzendentalen Aesthetik" vorausgesetzten Kontinuität von Raum und Zeit sondern auch den ersten beiden „Grundsätzen des reinen Verstandes" zugrunde : „Alle Erscheinungen überhaupt sind demnach kontinuierliche Grössen, sowohl ihrer Anschauung nach, als extensive, oder der blossen Wahrnehmung (Empfindung und mithin Realität nach) als intensive Grössen"(KrV. A170/B212). Kontinuierliche Grössen können alle Erscheinungen aber nur sein, wenn Punkte als potentiale Einschnitte oder „Grenzen", d.h. als „blosse Stellen ihrer Einschränkung" aufgefasst werden. Diese präsumierte Apriorität von Raum, Zeit und allen Erscheinungen als *quanta continua* beruht jedoch auf den aristotelischen Definitionen von Raum- und Zeitpunkt. Deshalb fusst auch die Kontinuität von Raum und Zeit für Kant nicht auf einer empirischen oder „faktischen Prämisse", die schlechthin irrelevant wäre für die Kantische Thematik, sondern auf einer für a apriori erklärten historischen Definition.

M. Friedmann geht sogar soweit zu behaupten: „Thus, the proposition that space is infinitely divisible is a priori because its truth – the existence of an appropriate 'model' – is a condition for its very possibility.[29] Was aber unser unmittelbares Raumbewusstsein betrifft, so schreibt bereits H. Scholz, dass „der Raum unseres unmittelbaren Raumbewusstseins ganz sicherlich keines der von Kant für ihn in Anspruch genommenen Merkmale an sich trägt. Er ist weder euklidisch, noch unendlich, noch einmalig und unbeweglich. Er ist vielmehr endlich und mit jeder Bewegung, die wir vollführen, ein anderer. —. Endlich ergibt sich aus seinem durch und durch perspektivischen Charakter, dass er jedenfalls nicht euklidisch ist."[30] Da zudem auch unsere subjektive Zeiterfahrung nicht kontinuierlich, sondern diskret *ist* (vgl.S.69) und nur kontinuierlich zu sein *scheint* (vgl.S.69), wird auch die von W. R. Knorr Kant unterstellte Frage ihres transzendentalen Charakters beraubt:

---

[27] Vgl. z.B. bereits die eingehende Abhandlung Scholzs, 1924, S. 21–69, und neuerdings die gründliche Studie von Friedmann, 1992, insb. S. 127, Anm. 12.

[28] Dies wird z.B. von Friedmann, 1992, S. 74–75, nicht bemerkt.

[29] Friedmann, 1992, S.66.

[30] Scholz, 1970, S.57.

„Thus, even if phenomenal entities are found to be discrete at the finer level, Kant would still be fully justified in posing the question: why is it that we nevertheless represent phenomena as embedded within continous manifolds of space and time?“[31]

Wenn sich aber auf einer „feineren“ Ebene die „phänomenalen Entitäten“ bzw. die „Erscheinungen“ für Kant als diskret erweisen sollten, so gelten die beiden oben erwähnten „Grundsätze des reinen Verstandes“, d.h. „Alle Erscheinungen überhaupt sind demnach kontinuierliche Grössen, ...“ nicht mehr. Alle Erscheinungen wären vielmehr diskontinuierliche Grössen, so dass wir uns die Erscheinungen nicht mehr in kontinuierliche Mannigfaltigkeiten von Raum und Zeit eingebettet vorstellen könnten. Die phänomenale Kontinuität der Erscheinungen wäre nur Schein. Die transzendentale Fragestellung hätte damit aber ihre Pointe verloren, weil diese Bedingung der „Möglichkeit der Erfahrung“ – die Kontinuität von Raum und Zeit und aller Erscheinungen – keine Bedingung der „Möglichkeit der Gegenstände der Erfahrung“ mehr wäre und darum keine „objektive Gültigkeit in einem synthetischen Urteile a priori“ hätte (KrV.A158/B197).

Was aber den physikalischen Raum betrifft, so beträgt bekanntlich bereits im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie Einsteins die Winkelsumme in einem Dreieck nicht mehr genau 180 Grad, so dass die einschlägigen Theoreme der Euklidischen Geometrie nicht synthetische Urteile *a priori* „von apodiktischer Gewissheit“ sind, die durch Erfahrung nicht widerlegt werden könnten (vgl.KrV.A25/B39). Der mathematische Raum ist zwar apriori im Sinne eines Axiomensystems, aber nicht kontinuierlich im aristotelischen Sinne einer abzählbaren, sondern im Cantorschen Sinne einer überabzählbaren Kontinuität. Deshalb kann er auch nicht einfach auf den physikalischen extrapoliert werden. Kants grundsätzlicher Fehler scheint also darauf zu beruhen, dass er zwischen psychologischen, physikalisch-empirischen und mathematischen Räumen und Zeiten nicht genügend unterscheidet, sondern das psychologische Fakum der unendlichen Iterierbarkeit der Teilung einer Raum- bzw. Zeitstrecke über eine transzendentale Deduktion auf den physikalischen Raum und die physikalische Zeit ausdehnt. Wiewohl also Kant von seiner „transzendentalen Aesthetik“ hofft, „dass sie nicht bloss als scheinbare Hypothese einige Gunst erwerbe, sondern so gewiss und ungezweifelt sei, als jemals von einer Theorie gefordert werden kann, ... „(vgl.KrV.A46/B64), so scheinen wir vielmehr heute einen Punkt erreicht zu haben, worin „... the most fundamental commitment of the critical philosophy, the idea of a fixed a priori spatio-temporal structure serving as the foundation of the exact sciences and indeed of all human knowledge, can no longer consistently be maintained.[32] Dies gilt insbesondere dann, wenn nicht nur die „Erscheinungen“, sondern auch der physikalisch-empirische Raum und die physikalisch-empirische Zeit eine diskontinuierliche Struktur aufweisen.

---

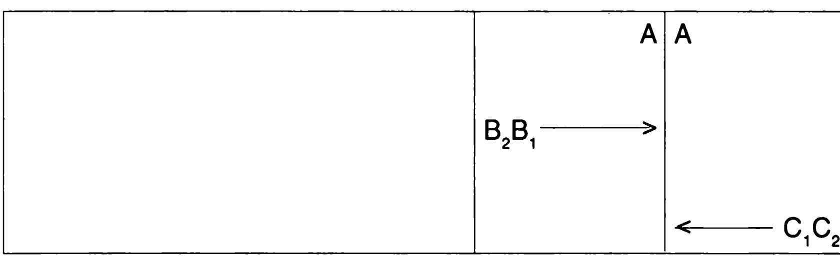
[31] Knorr, 1983,S. 63.

[32] Friedmann, 1992, S. 341.

IV.

Am meisten Interesse jedoch bei den vier Paradoxien fand meine Neuinterpretation des Stadium-Paradoxons. K. Popper hat sich diesbezüglich zustimmend geäussert,[33] P. Feyerabend und andere nahmen meinen Aspektwechsel zum Ausgangspunkt ihrer eigenen Rekonstruktion.[34] J. Barnes, J. Malcolm, B. Centrone und andere schrieben anerkennende Rezensionen, natürlich mit einigen Vorbehalten.[35] Andererseits bin ich auch auf Kritik gestossen, und zwar bei J. Mansfeld, der eine neue Rekonstruktion vorschlägt, und W. R. Knorr, der allerdings keine neuen Gesichtspunkte vorlegt.[36] Deshalb sei hier nochmals das Stadium-Paradox vorgenommen.

Standard-Interpretation nenne ich die Interpretation des Stadiums mit drei Reihen von Massen. Alle Interpreten von Alexander von Aphrodisias (ap. Simpl. 1016, 14) bis J. Barnes haben drei Reihen von Massen akzeptiert. Darin folgen sie der Darstellung von Aristoteles, die aus einigen Anmerkungen zu dem durch Diagramme unterstützten Unterricht besteht.[37] Ein mögliches Schaubild wäre dabei folgendes: [38]



[33] Popper, Brief vom 19.5.85, der hier mit Erlaubnis von Alfred R. und Melitta Mew, den Erben des Copyright, ausschnittweise zitiert sei: „Ihre Dissertation ist *ausgezeichnet* – – – . Ich habe mich ganz besonders gefreut über Ihre Bemerkungen zum Anaxagoras D/K.B3: ich habe das genau wie Sie interpretiert.Ich bin aber ganz unsicher, wo ich es publiziert habe – vielleicht überhaupt nicht! – – – . *Ich weiss aber, dass ich damals nur an Anaxagoras dachte, und nicht an seine Verbindung mit den Eleatikern, und schon gar nicht an das Stadium, das ich als unverständlich beiseitge geschoben hatte. Ihre Interpretation* ist ausgezeichnet."

[34] P. Feyerabend, 1983,S.86 „Rafael Ferber, in an interesting and provocative book (*Zenons Paradoxien der Bewegung*, Munich 1981) has suggested a connection between this paradox and some earlier versions of the idea that what is infinitely divisible has the same number of indivisibles no matter what the size". Eine deutsche Uebersetzung findet sich in Feyerabend, 1989, 322–355. Vgl. auch Rossetti, 1992, 1–25, insb. 19–21, sowie Rossetti, 1994, der die Interpretation zur „combinazione Koyré-Ferber" weiterentwickelt.

[35] Barnes, 1981, S.183–184; 1982, S.99; Schofield, 1982,S.188–189; Centrone, 1982,S. 159–165. Eine gute Darstellung für das italienischsprachige Publikum findet sich in Migliori, 1984, S. 106–107. Eine korrekte und populäre Darstellung einiger Aspekte meiner Interpretation bieten Eisenhardt, Kurth, Stiehl, 1988, S. 110–140

[36] Knorr, 1983, 55–66, Mansfeld, 1982, S. 1–24.

[37] Vgl. Kirk, Raven, Schofield, 1983, S. 275.

Heute dürfte wohl kaum mehr jemand der Meinung sein, dass die aristotelische Exposition als ein wörtliches Zitat Zenons zu betrachten sei. Das ist aus verschiedenen Gründen ausgeschlossen, beispielsweise durch den Gebrauch von Buchstaben und Schaubildern, die aller Wahrscheinlichkeit nach von Aristoteles und nicht von Zenon stammen (vgl.S.22–23). Bereits W. D. Ross schreibt:

> „The fourth paradox is that of the race-course. Aristotle describes this paradox as resting on the assumption that two bodies of equal size take equal times to pass respectiviely a moving body and a resting body of equal size. This is so contrary to common sense that it is most unlikely that so acute a thinker as Zeno should have adopted it on its own merits as even a plausible basis of argument.“ [39]

Bei den meisten Gelehrten, beispielsweise J. Lachelier, W. D. Ross, H.D.P. Lee und vielen anderen, bestand Einigkeit darüber, dass die aristotelische Exposition im Prinzip, wenn auch nicht in allen Details, eine Version von etwas ist, das Zenon geschrieben hat.[40] Heute wird diese Ansicht noch von M. Caveing, W. R. Knorr, H. Schmitz vertreten,[41] wenn auch z.B. nicht mehr von P. Feyerabend und L. Rossetti.[42] Eine Mehrheit der Gelehrten ist ausserdem der Meinung, dass dieses Paradox, das von der Relativität der Bewegung handelt, keine grosse philosophische Bedeutung hat, und im Vergleich mit den anderen drei Paradoxien eher trivial ist. Bereits C. Dunan beginnt seine Schrift „Les arguments de Zénon d'Elée contre le mouvement“, Paris 1884, mit dem vierten Paradox, "parce que son importance est moindre (...) et aussi parce qu'il n'a jamais donné lieu à des discussions bien vives, tout le monde étant d'accord pour le reconnaître erroné.“[43] In einem mehr als hundert Jahre später erschienenen Buch von R.M. Sainsbury "Paradoxes", findet sich das vierte Paradox nicht einmal erwähnt.[44] Der Grund für diese Geringschätzung liegt wohl darin, dass in der aristotelischen Interpretation das Paradox gar kein echtes Paradox, sondern nur eine Verwechselung von relativer und absoluter Bewegung ist. So meint auch W. R. Knorr: „That is, Zeno has merely failed to understand the nature of relative motion. – This showing on Zeno's part, if Aristotle's account is accurate, is surely disappointing.“[45] Leider geht auch W. R. Knorr's Reinterpretation nicht über dieses enttäuschende Resultat hinaus, sondern restituiert nur die aristotelische Interpretation von der Verwechslung zwischen relativer und absoluter Bewegung.

---

[38]Vgl. Ferber, 1981, S. 25.

[39] Ross, 1936, S. 81.

[40] Lachelier, 1910,S. 345–355; Ross, 1936,S. 655–666; Lee, 1967², 85 ; Barnes, 1979, S.16. Eine kommentierte Bibliographie von 1879–1980 bieten Paquet, Roussel, Lafrance, 1989, S. 106–132.

[41] Caveing, 1982, S.112–117; Knorr, 1983, 55–65, insb. 57–58; Schmitz, 1988, S. 256–259.

[42] Feyerabend, 1983, S. 86–87; Rossetti , 1992, S.1–25, insb. S. 19–21; Rossetti, 1994,S. .

[43] Dunan, 1884, S. 5. Zit. in L. Paquet, M. Roussel, Y. Lafrance, 1989, S. 106.

[44] Sainsbury, 1993,S. 11–38. Ebenso Mclaughin/ Miller, 1992, S. 371–384, vgl. insb. S. 372.

[45] Knorr, 1983, S. 58.

Nun sei gerne zugegeben, dass P. Tannéry der Interpretation von Aristoteles ein gewisses Gewicht gegegeben hat, indem er die Möglichkeit aufzeigt, dass Zenon gegen die den Pythagoreern zugeschriebene Theorie der „Punkt-Zahlen" opponiert habe.[46] Aber bis jetzt besitzen wir nicht genügend Evidenz dafür, dass die Pythagoreer eine Theorie der "Punkt-Zahlen" vertreten haben. Zudem ist ein angeblicher „Antipythagoreismus" Zenons widerlegt worden, etwa von Th. Heath, G. Calogero, W. A. Heidel, B. van der Waerden, G.E.L. Owen, G. Vlastos, W. Burkert, D. Furley und anderen.[47] Doch selbst wenn sich Zenon gegen die Pythagoräer gerichtet haben sollte,[48] so besitzen wir weder ein direktes noch ein indirektes Testimonium, um zu zeigen, dass diese Massen Atome waren. So schreibt auch M. Schofield: „Everyone will agree that there is no ancient authority for taking Z.'s blocks to be atoms; and ... without atomistic assumptions the paradox Aristotle presents is both complicated and banal, ..."[49] Bis heute bleibt so die Situation dieselbe, dass wir im Läufer, Achilles und Pfeil witzige, tiefsinnige und lakonische Paradoxien besitzen, dass aber das Stadium banal, kompliziert und zu lang erscheint.

Doch ist Kürze die Seele eines Witzes.[50] Auch das Stadium dürfte nämlich eine gewisse Lapidarität und Prominenz gehabt haben, um überhaupt Aristoteles überliefert worden zu sein. Von philologischer Seite aus denke ich, dass wir im Text des Aristoteles nicht notwendig drei Reihen von Massen finden:

"τέταρτος δέ ὁ περὶ τῶν ἐν τῶ σταδίῳ κινουμένων ἐξ ἐναντίας ἴσων ὄγκων παρ' ἴσους, τῶν μὲν ἀπὸ τέλους τοῦ σταδίου τῶν δ' ἀπὸ μέσου, ἴσῳ τάχει, ἐν' ῷ συμβαίνειν ὄιεται ἴσον εἶναι χρόνον τῷ διπλασίῳ τὸν ἥμισυν. (Phys.Z9.239b33–35).

„Das vierte [Argument] ist das bezüglich der gleichgrossen Massen, die sich im Stadium aus entgegengesetzter Richtung wiederum an gleichgrossen vorbeibewegen, die einen vom Ende des Stadiums, die anderen von der Mitte, mit gleicher Geschwindigkeit. Dabei glaubt er, treffe es zu, dass die halbe Zeit gleich der doppelten sei."[51]

Hier finden wir keine drei Reihen von Massen erwähnt. Wir lesen nur: ἴσων ὄγκων παρ' ἴσους. Dieser Wortlaut schliesst drei Massen nicht aus, aber macht sie auch nicht notwendig; zwei genügen. Hierin sah ich mich bestätigt durch Mansfeld (1982), welcher unabhängig von mir annimmt, dass wir nur zwei Massen haben: „All

---

[46] Tannéry, 1885, S. 385–410.

[47] Vgl. Ferber, 51, Anm. 3. Da der Gedanke gleichwohl immer wieder auftaucht, so sei hier nochmals auf Furley, 1967, S. 73–74, Burkert, 1972, S. 286–289, sowie auf Furley, 1987, S. 49–60, 105–114, verwiesen.

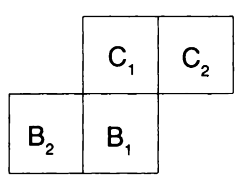
[48] In diese Richtung geht wieder Caveing, 1982, S. 163–174.

[49] Schofield, 1982, S. 188.

[50] Darauf macht etwa Rossetti, 1988, S. 67–76, insb. im Zusammenhang des Achilles-Paradoxons aufmerksam.

[51] Ich habe die Übersetzung gegenüber Ferber, 1981,14, noch etwas verdeutlicht.

the diagrams illustrating the stadium I had seen before I saw Ferber's book invariably pictured three rows of runners: two moving, one stationary. It was invariably assumed that Zeno spoke of *three* rows. But he did not, as is clear when one re-reads (I) [Z9.239b33–240a1]; I have read this text with a class of classical students, not future philosophers, several times no, and have asked each class, after we had translated (I) together: how many rows do you count? The answer has always been: *two* (...).[52] Mit Recht schreibt auch J. Mansfeld: „The third row, that of stationary runners, is *introduced by Aristotle* in order to *refute* Zeno. This should be clear from the text:"[53] Auch ist Mansfeld der Ansicht: „Aristotle, then, blends report with criticism, a procedure which we may deplore, but which, for him, is far from unusual."[54] Mansfeld rekonstruiert dann das Argument richtig mit zwei Reihen von Massen. Das Verdienst seiner Rekonstruktion scheint mir insbesondere darin zu bestehen, dass er etwas klärt, was ich offengelassen habe, nämlich warum sich die beiden Massen *aus entgegengesetzter Richtung* bewegen. Der Grund dafür liegt darin, dass das Stadium ein Wettrennen darstellt. Eine der beiden Gruppen ist schon am Ende des Stadiums angekommen und steht im Begriff zurückzukehren. Die andere hat erst die Mitte des Stadiums erreicht. Mansfelds Interpretation besteht nun darin, dass die Massen der beiden Reihen diskrete Grössen sind. Damit die eine an der anderen vorbei kann, gibt es keinen Raum, in dem sie die andere passieren kann. In derselben Zeit, in der die erste Masse der einen Reihe (B_1) die andere Masse passiert hat, hat die andere erste Masse (C_1) schon zwei passiert:



Die Pointe von Mansfelds Interpretation aber lautet: „Zeno's point, on the other hand, really is that, in order to speak cognitively about motion, you have to distinguish between motion and rest, but that – as his arguments show – you cannot do so. The moving arrow freezes, the first of the C's is at rest while moving.[55] Beim Stadium

[52] Mansfeld, 1982, S. 1–24, Zitat S. 7.

[53] Mansfeld, 1982, S.8. Dieses Resultat ist von Hülser, 1994, S. 303, Anm. 9, übernommen worden.

[54] Mansfeld, 1982, 9.

[55] Mansfeld, 1982, S. 24

läuft dieses Argument aber auf eine neue Formulierung der Relativität der Bewegung hinaus, kombiniert mit der Hypothese, dass die Massen Atome sind. Aber die Hypothese der Unteilbarkeit der Massen ist schon lange widerlegt, und die Relativität der Bewegung schon im Argument vom Pfeil akzeptiert worden: „εἰ γὰρ αἰεί, φησίν, ἠρεμεῖ πᾶν [ἢ κινεῖται] ὅταν ᾖ κατὰ τὸ ἴσον,..." (Phys.Z9.239b5). „Wenn nämlich immer, sagt er, alles ruht, solange es einen Raum einnimmt, der gleich gross ist wie es selbst, ... ". Die Relativität der Bewegung ist insofern eine Voraussetzung des dritten Argumentes, als sich die Bewegung oder Ruhe des Pfeils *relativ* zu dem von ihm eingenommenen Raum ereignet. Im vierten Argument hätte Zenon also diese Voraussetzung, welche er im dritten Argument macht, wieder vergessen. Er würde damit denselben Fehler begehen, den er im Argument vom Pfeil ausdrücklich vermieden hat. Was für einen Zweck hätte also dieses Paradox, wenn Zenon nur verwechselt, was er bereits im Argument vom Pfeil als Voraussetzung klar angegeben hat? Wir hätten so drei witzige Paradoxien, welche beim Leser ein Lächeln hervorrufen und ein witzloses viertes, das eine Lösung verlangt, welche schon im dritten Paradox als Prämisse statuiert war.

Nun wird das vierte Paradox Stadium genannt. Wir dürfen vermuten, dass der Ausdruck Stadium bereits von Zenon gebraucht wurde, da ebenfalls Ausdrücke wie „Läufer", „Achilles" und „Pfeil" eine konkrete Bedeutung haben. Aristoteles jedenfalls überliefert uns das Paradox mit dieser Bezeichnung. Auch in der Topik schreibt er:

„Πολλοὺς γάρ λόγους ἔχομεν ἐναντίους ταῖς δόξαις, καθάπερ τὸν Ζήνωνος, ὅτι οὐκ ἐνδέχεται κινεῖσθαι οὐδὲ τὸ στάδιον διελθεῖν,... (Top. Θ 8.160b7)

„Denn wir haben viele Argumente, welche den Meinungen entgegengesetzt sind, wie z.B. das Argument Zenons, dass es nicht möglich ist, sich zu bewegen oder das Stadium zu durcheilen,..."

Ein Stadium deutet an, dass wir, wie im Achilles, ein Wettrennen vorfinden. In der traditionellen Deutung impliziert das Stadium jedoch kein Wettrennen, und die Massen können zumindest die Hälfte des Stadiums sehr wohl durcheilen. So meint auch W. R. Knorr:

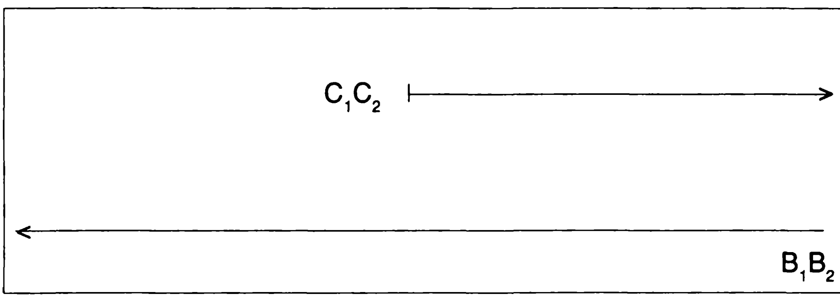
„The situation Zeno contemplates is certainly not a race, for competing runners will not conveniently line up in such orderly files; nor, for the same reason, are the objects those of the athletic contests (e.g., javelin or discus). I think we are being asked to imagine a procession, the moving ὄγκοι being marchers in drill, or perhaps objects they are carrying."[56]

Die Objekte werden jedenfalls nur ὄγκοι, Massen oder Körper genannt. Aber warum figuriert dann das vierte Argument unter dem Titel des Stadiums, wenn es sich um kein Wettrennen handelt? In der traditionellen Deutung passt der Titel schwerlich zum Inhalt.

---

[56] Knorr, 1983, S. 57.

Ich vermute deshalb, dass das Stadium in gewissem Sinne das Gegenteil zum Achilles darstellen soll. Im Achilles beweist Zenon, dass selbst das Schnellste das Langsamste nicht überholen kann, wobei sich die beiden Körper *in gleicher Richtung* bewegen. Im Stadium dagegen müssen die beiden Reihen *in entgegengesetzter Richtung* (ἐξ ἐναντίας) das Rennen machen. Eine der beiden Reihen, die schnellere, ist schon am Ende des Stadiums angekommen und steht im Begriff, zum Anfang zurückzukehren. Die andere dagegen, die langsamere, ist erst bei der Hälfte angelangt. *Deshalb bewegen sie sich in entgegengesetzter Richtung*:



Nun können sich die beiden Gruppen nicht kreuzen, wenn die schnellere zurückkehrt, da – trotz des Zugeständnisses Zenons von gleicher Geschwindigkeit auf dem Rückweg – die Hälfte der Zeit, welche die eine Gruppe (C_1 / C_2) braucht, gleich ist der ganzen, welche die andere (B_1 / B_2) benötigt. Also auch dann, wenn die schnellere Gruppe (B_1 / B_2) die langsamere (C_1 / C_2) auf dem Hinweg überholt haben sollte, so würde sie auf dem Rückweg an der anderen nicht mehr vorbeieilen können. Das Kreuzen ist nur eine Illusion.

Wenn diese Rekonstruktion richtig ist, so verstärken sich die vier Paradoxien, und der „Vater der Dialektik" (vgl.D/L. VII.57) hat ihnen eine bestimmte dramatische und dialektische, d.h. hier gegen einen Opponenten gerichtete Struktur der sukzessiven Verstärkung gegeben. Das erste Paradox sagt, dass ein Läufer sich nicht bewegen kann. Wenn nun jemand den Augenschein dagegen hält, so kann sich Zenon auf das zweite Paradox berufen, wonach sogar das schnellste Wesen das langsamste nicht einholen kann. Wenn jemand erneut den Augenschein dagegen halten sollte, so kann Zenon den Pfeil „aus dem Köcher ziehen". Sogar der Pfeil, der noch schneller ist als Achilles, kann sich nicht bewegen. Wenn jemand auch jetzt den Augenschein dagegen halten sollte, so beweist Zenon: Auch dann, wenn in einem Stadium eine Reihe von Massen (B_1 / B_2) – z.B. Wagen oder Läufer – die andere überholt hat, so machen die überholten (C_1 / C_2) ihren Weg trotz des Vorsprunges der anderen in der gleichen Zeit wie die anderen, da die Hälfte der Zeit gleich ist der doppelten. In diesem Sinne bildet das Stadium einen Gegensatz zum Achilles: Können sich zwei in *gleicher Richtung* bewegende Körper bei verschiedener Geschwindigkeit nicht überholen, so können sie sich bei gleicher Geschwindigkeit, aber *entgegengesetzter Richtung*, nicht mehr kreuzen. So interpretiert, ist das Stadium nicht von geringerer Wichtigkeit (vgl. S. 113) als die anderen drei, sondern der Höhepunkt der vier Paradoxien.

V.

Die alte Interpretation von P. Tannéry kann ausgeschlossen werden, auch in der neuen Version von J. Mansfeld, soweit sich diese Interpretation auf atomare Massen beruft. Die Atom-Theorie ist eine Entwicklung, welche später kommt und wohl erst eine Antwort auf die Paradoxien Zenons darstellt. Die andere Hypothese, wonach Zenon die Relativität der Bewegung zeigen will, ist ebenfalls ausgeschlossen, da diese Relativität der Bewegung schon im Paradox vom Pfeil vorausgesetzt ist. So scheint es schwerlich eine andere Möglichkeit mehr zu geben als die vorgeschlagene, nämlich dass die halbe Zeit gleich der ganzen ist, weil beide unendlich viele Zeitpunkte enthalten. Im Unendlichen gilt das Axiom, wonach das Ganze grösser ist als der Teil nicht mehr. *Deshalb* ist die halbe Zeit gleich der ganzen. Auch so ruft das Paradox beim Leser ein Lächeln hervor. Andererseits enthüllt sich nun das Stadium als ein Paradox, das wie die anderen etwas mit dem Unendlichen zu tun hat und so lakonisch, witzig und „highly ingenious“[57] erscheint wie die anderen drei.

Doch das Problem besteht darin zu beweisen, dass dies Zenons Paradox war. Mit direkter philologischer Evidenz kommt man hier nicht mehr weiter. Wir besitzen den Text Zenons nicht mehr, wohl aber das Fragment 3 von Anaxagoras:

> „οὔτε γάρ τοῦ σμικροῦ ἐστι τό γε ἐλάχιστον, ἀλλ' ἔλασσον ἀεί (τὸ γάρ ἐὸν οὐκ ἔστι τὸ μὴ οὐκ εἶναι) – ἀλλὰ καὶ τοῦ μεγάλου ἀεί ἐστι μεῖζον. καὶ ἴσον ἐστι τῶι σμικρῶι πλήθει, πρὸς ἑαυτὸ δὲ ἕκαστον ἐστι καὶ μέγα καὶ σμικρόν.“ (D/K.B3).

> „Denn weder gibt es beim Kleinen ja ein Kleinstes, sondern stets ein *noch* Kleineres (denn es ist unmöglich, dass das Seiende [durch Teilung?] zu sein aufhöre) – aber auch beim Grossen gibt es immer ein Grösseres. Und es ist dem Kleinen an Menge gleich; für sich ist aber jedes *Ding* sowohl gross wie klein.“ (üs. v. H. Diels).

Mit dem Stadium würde so Zenon das Fragment von Anaxagoras B 3 wonach das Kleinste dem Grössten an Menge gleich ist, an einem konkreten Beispiel vorwegnehmen, wenn Anaxagoras tatsächlich *nach* Zenon geschrieben hat, was sich allerdings kaum mehr feststellen lässt.[58] Insofern würde ich heute auch zurückhaltender sein mit meiner Vermutung, dass die Fundamentalthese der Anaxagoreischen Physik

---

[57] Barnes, 1981, 183.

[58] Vgl. Kirk, Raven, Schofield, 1983, S.361. Furley, 1976, versucht eine Abfolge Anaxagoras-Zenons plausibel zu machen. Vgl. jedoch gegen die Ansicht, dass Anaxagoras Zenon vorangeht, Schofield, 1980, S. 81–82.

„Beisammen waren alle Dinge, grenzenlos nach Menge wie nach Kleinheit;"(D/K.B1) auf den Einfluss Zenons zurückzuführen sei, auch wenn ein Einfluss des Parmenides kaum bestreitbar ist.[59] Aber natürlich können wir uns fragen: Haben wir noch mehr Indizien dafür, dass, historisch gesehen, das Stadium ursprünglich ein Paradox Zenons war?

Ich denke: Ja. Bei Parmenides lesen wir, dass das Sein bzw. das Seiende, τὸ ἐόν, der Masse einer wohlgerundeten Kugel gleicht, die von der Mitte her überall gleichstark ist (εὐκύκλου σφαίρης ἐναλίγκιον ὄγκωι, μεσσόθεν ἰσοπαλὲς πάντηι) (D/K.B8.43–44).[60] Diese Kugel ist ein Bild des Seins. Der Ausdruck ὄγκος wird von Zenon wieder aufgenommen, und vielleicht waren auch diese ὄγκοι im Stadium εὐκύκλοι, wohlgerundet, um das Wettrennen zu machen. Aber das Sein des Parmenides ist nur *ein* ὄγκος εὐκύκλος, *eine* wohlgerundete Kugel. Was heisst diese „Wohlgerundetheit"? Wohl soviel wie, dass es nicht hier etwas grösser und dort etwas kleiner ist: „τὸ γὰρ οὔτε τι μεῖζον οὔτε τι βαιότερον πελέναι χρεόν ἐστι τῆι ἢ τῆι (D/K.B8.45). Somit ist das Sein des Parmenides dadurch charakterisiert, dass es nicht auf der einen Seite etwas grösser und auf der anderen etwas kleiner, sondern überall gleich ist. Das bedeutet: Einerseits gibt es keine Unterschiede hinsichtlich der räumlichen Grösse. Das Sein ist nicht hier grösser und dort kleiner. Andererseits gibt es keine Unterschiede der Zeit im Sein: „Auch war es je noch wird es je sein, da es jetzt zugleich alles ist, eines, zusammenhängend. (οὐδέ ποτ' ἦν οὐδ ἔσται, ἐπεὶ νῦν ἔστι ὁμοῦ πᾶν, ἕν, συνεχές) (D/K.B.8.5–6). Es gibt keine Vergangenheit und keine Zukunft im Sein. Hinsichtlich von Raum und Zeit gibt es keine quantitativen Unterschiede. Um es mit den schönen Worten aus einem Brief K. Poppers vom 4. März 1993 zu sagen:

> „Nur das Unbewegliche ist real, alles andere ist Illusion: das Leben, die Bewegung, die Liebe, das Licht, die Wärme, die schöne Sinnenwelt, ist Illusion. Die Dichtung ist Illusion. Aber die Kälte, die vom Eise gebundene Wahrheit ist das Unbewegliche – der Tod."[61]

So sind auch angesichts dieser „vom Eise gebundenen Wahrheit" unsere räumlichen und zeitlichen Unterschiede Illusion. Das Parmenideische Sein ist überall gleich, und unsere räumlichen und zeitlichen Unterschiede existieren in ihm nicht mehr. Mit den Worten des Parmenides: „Denn sich selbst überall gleich befindet es sich gleichmässig in Fesseln." („οἷ γὰρ πάντοθεν ἶσον ὁμῶς ἐν πείρασι κύρει " (D/K.B49). Dass das Sein sich selbst überall gleich ist, kann andeuten, dass räumliche und zeitliche Grössenunterschiede nur Augenschein sind. Und im Stadium werden diese Unterschiede hinsichtlich ihrer zeitlichen Grösse auch als Augenschein aufgewiesen. P. Feyerabend formuliert diese Homogeneität in seiner Weiterentwicklung meiner Hypothese so:

---

[59] Vgl. jetzt Furth, 1991, S.95–129.

[60] Vgl. zur Interpretation Tarán, 1965, S. 144–146.

[61] Brief an Manfred Geier. Faksimile in Geier, 1994, S. 125.

„If the One is homogeneous throughout, then the smallest part has exactly the same structure as the whole; e.g., it has the same number of parts (subdivisions). Of course, Parmenides' One has no parts and, therefore, no structure apart from being homogeneous. But, if we contradict Parmenides and add such a structure, the homogeneity will gurantee its presence in all parts." [62]

Hinzu kommt, dass auch das Parmenideische Sein συνεχές, zusammenhängend oder kontinuierlich ist (D/K.B.6). Wird der Gedanke der *Kontinuität* des Seins auf die empirische Realität angewandt, so führt er zum Läufer- und Achilles-Paradox. Wird ausserdem der Gedanke der *Homogeneität* des Seins auf die empirische Realität übertragen, so führt dies zum Stadium-Paradox, insofern dann auch die halbe Zeit gleich ist der doppelten. Im Stadium werden die Unterschiede in der Zeit als Erscheinung aufgewiesen. Wird der Gedanke der Homogenität noch weiter ausgeführt, so gelangen wir zur These des Anaxagoras, wonach in allem ein Teil von allem ist (vgl. D/K.B6.B11).[63]

Wie mit den anderen Argumenten würde Zenon seinem Lehrer auch mit dem Argument vom Stadium helfen (vgl. Platon.Parm.128c), indem er den Begriff des Unendlichen, der im Begriff des kontinuierlichen *und* homogenen Parmenideischen Seins implizit enthalten ist, explizit auch auf die sinnliche Welt anwendet. Im Unendlichen gibt es keine Quantitätsunterschiede zwischen dem halben und dem ganzen Unendlichen. Das Unendliche ist wie das Parmenideische Sein auf allen Seiten gleich (πάντοθεν ἶσον) (D/K.B49), so dass auch in ihm „die Hälfte gleich dem Ganzen" ist.

Im übrigen nimmt die erste Deduktion der vierten Hypothese des platonischen „Parmenides" den Parmenideisch-Zenonischen Begriff der Masse auf: Wenn Eins nicht ist, so scheint jede Masse der Menge nach unendlich zu sein (vgl. Parm.164c8–d1), was Paradoxien nach sich zieht (vgl. Parm.164d-165c). Unter anderem wird auch „jede Masse als gleich gross wie ihre vielen und kleinen [Teile] „ (Parm.165a1–2) erscheinen. Damit scheint Platon das Prinzip der Parmenideischen Homogenität zu rezipieren. Zwar ist hier der Begriff der Massen selber paradox, und findet sich die Zenonische Konklusion nicht explizit. Explizit aber findet sich die Zenonische Konklusion, dass „das Halbe gleich dem Doppelten ist", im pseudoaristotelischen Traktat über „Unteilbare Linien". Die Abhandlung scheint gegen Xenokrates gerichtetet zu sein und beginnt mit einer Aufzählung der Gründe für unteilbare Linien. Als fünftes Argument erwähnt der Verfasser:

„Ferner ergibt sich auch aus dem, was die Mathematiker selbst sagen, eine unteilbare Linie, wenn die Linien, die durch dasselbe Mass gemessen werden, kommensurabel sind und alle kommsensurablen Linien durch dasselbe Mass gemessen werden. Denn wenn das Mass teilbar ist, dann werden auch die Teile [des Masses] Masse sein, da sie mit dem ganzen Mass

[62] Feyerabend, 1983, S. 86–88.

[63] Vgl. zur schwierigen Interpretation dieser Stelle Kirk, Raven, Schofield, 1983, S. 365–368.

kommensurabel sind, so dass die Hälfte [des Masses] dem doppelten gleich ist ("Ὥστε τοῦ μέτρου ἂν εἶναι ἴσον διπλασίῳ τὸ ἥμισυ). Da dies aber unmöglich ist, so ist das Mass unteilbar (968b5–13).

Die Hälfte des unendlich teilbaren Masses ist gleich dem doppelten, weil beide unendlich viele Teile enthalten.[64] Die fast wörtliche Uebereinstimmung dieses Textes mit der Zenonischen Konklusion kann ebenfalls als ein Indiz dafür gewertet werden, dass das Zenonische Argument „die halbe Zeit ist gleich der doppelten", Xenokrates als ein Paradox des Unendlichen bekannt gewesen sein könnte.

Selbstverständlich ist die vorgeschlagene Interpretation wie alle anderen seit Aristoteles nur eine Vermutung. Doch ein vermutendes Moment lässt sich aus keiner Rekonstruktion ausschliessen, da wir einerseits den Text Zenons nicht mehr besitzen und andererseits kaum mehr ausfindig machen können, wessen Angriffe auf „Vater Parmenides" Zenons Hilfestellung abwehren sollte. Deshalb wird es wohl schwerlich je eine definitive Darstellung von Zenons Stadium geben. Alle Rekonstruktionen sind irgendwo tentativ. Aus philologischer Sicht ist der Text zu unterbestimmt, um diese Interpretation auszuschließen. Aus philosophischer Sicht darf ich mit einem Zitat aus K. Popper „Conjectures and Refutations" schliessen. Er schreibt in seinem Aufsatz „Back to the Presocratics" in seiner Metakritik von G.S. Kirk:

„Incidentally, I do think that it is an important and even obvious principle of the historiography and interpretation of ideas that we should always try to attribute to a thinker an interesting and a true theory rather than an uninteresting or a false one, *provided of course the transmitted historical evidence allows us to do so*. This is neither a criterion nor a 'test', to be sure; but he who does not apply this principle of historiography is unlikely to understand a great thinker such as Heraclitus."[65]

Wir dürfen davon ausgehen, dass nicht nur Heraklit, sondern auch Parmenides und Zenon „grosse Denker" waren. Natürlich kann niemand behaupten, dass die Theorie, wonach die Hälfte der Zeit gleich der ganzen ist, wahr ist. Diese Theorie ist physikalisch falsch, wenn auch in einer interessanten Art und Weise, da das Prinzip, worauf sich Zenon abstützt, wahr ist. Das Unendliche ist charakterisiert durch die Aufhebung des neunten euklidischen Axioms, wonach das Ganze grösser ist als der Teil. Mit seiner Behauptung, dass die halbe Zeit gleich der doppelten ist, hätte also Zenon – mathematisch gesehen – recht. Falsch ist, dass er dieses mathematische Ergebnis auf eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke appliziert hat.

[64] Auf diesen Text, der mir zur Zeit der Abfassung (1979) unbekannt war, verweist Federspiel, 1980, S. 80–100, der allerdings irrtümlicherweise das Stadium mit drei Reihen rekonstruiert. Das Verdienst erstmals auf den Zusammenhang zwischen Stadium und „De Lineis insecabilibus" hingewiesen zu haben, kommt Timpanaro Cardini, 1970, S. 78, zu. Hinweis in Federspiel, 1980,S. 83, Anm. 12. Den Hinweis auf Federspiel verdanke ich Centrone, 1982, S. 163.

[65] Popper, 1969^3, S. 158.

Wenn Raum und Zeit jedoch im erwähnten Sinne nicht kontinuierlich sind, so lässt sich das mathematische Resultat nicht mehr auf eine physikalisch-empirische Raum- bzw. Zeitstrecke anwenden und löst sich das Stadium-Paradox mit den anderen drei auf – „wie ein Stück Zucker im Wasser“ (vgl.S. 103). Ist es nun vermessen zu hoffen, dass unsere „Hilfestellung“ für Zenon eine Stütze in dessen verlorener Schrift hat, auch wenn diese Hilfestellung nur eine Konjektur ist mit Anwendung des „principle of charity“? [66]

Erwähnte Literatur

Barnes, J., *The Presocratic Philosophers*, I, *Thales to Zeno*, 1979.

Barnes, J., Rez. von Ferber, 1981, in *Phronesis*, 26, 1981, S. 183–184; *Greece and Rome*, 29, 1982, S. 99.

Burkert, W., *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, English. trans., Cambridge, Mass. 1972.

Caveing, M., *Zénon d' Elée, Prolégomènes aux doctrines du continu, Etude historique et critique des Fragments et Témoignages*, Paris 1982.

Centrone, B., Rez. von Ferber, 1981, in *Elenchos*, 3, 1982, S. 159–165.

Cherniss, H., *Aristotle's Criticism of Presocratic Philosophy*, Baltimore, 1935.

Close, F., *The quark structure of matter* in P. Davies, *The New Physics*, Cambridge 1989, S. 396–424.

Code, M. J., *Zeno' Paradoxes I: The Standard Mathematical Response* in *Nature and System*, 4, 1982, S. 45–58.

Davies, P., *The New Physics*, Cambridge 1989.

Dunan, Ch., *Les arguments de Zénon d'Elée contre le mouvement*, Paris 1884.

Eisenhardt, P./ Kurth. D. / Stiehl, H., *Du steigst nie zweimal in denselben Fluss. Die Grenzen der wissenschaftlichen Erkenntnis*, Reinbek 1988.

Federspiel, M., *Examen de "de lineis insecabilibus"* in *Revue de philologie*, 54, 1980, S. 80–100.

Ferber, R., *Zenons Paradoxien der Bewegung und die Struktur von Raum und Zeit*, Zetemata 76, München 1981.

Ferber, R., *Das normative "ist" , [das Sein Gottes und die Leibniz-Schellingsche Frage]* in *Zeitschrift für Philosophische Forschung*, 42, 1988, S. 371–396 = [Ferber, 1988a].

Ferber, R., *Das normative "ist" und das konstative "soll"* in *Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie*, 74, 1988, S. 185–199 = [Ferber, 1988b].

Ferber, R., *The normative 'is'* in *Reports of the 12th International Wittgenstein-Symposium, 7 th to 14th August 1987, Kirchberg am Wechsel (Austria)*, Ed. O. Weinberger, P. Koller, A. Schramm in *Schriftenreihe der Wittgenstein-Gesellschaft*, 16, Wien 1988, S. 17–20 = [Ferber, 1988c].

---

[66] Ich danke den Herren Dr. H. Ambühl und Prof. Dr. W. Burkert sowie Teilnehmern des von den Herren Proff. M. Migliori und L. Rossetti veranstalteten Kongresses „Il dibattito su Parmenide“, Macerata/Perugia, 24.–26. März 1994, für Ihre hilfreichen Bemerkungen.

Ferber, R., *Die Unwissenheit des Philosophen oder Warum hat Plato die 'ungeschriebene Lehre' nicht geschrieben?*, St. Augustin 1991.

Ferber, R., *Moral Judgments as Descriptions of Institutional Facts* in *ἀναλύωμεν, Analyomen 1, Proceedings of the 1st Conference „Perspectives in Analytical Philosophy"*, ed. by. G. Meggle and U. Wessels, Berlin/New York 1994, S. 719–729.

Feyerabend, P., *Some Observations on Aristotle's Theory of Mathematics and the Continuum* in *Midwest Studies in Philosophy*, 1983, 66–88. Deutsche Uebersetzung unter dem Titel *Einige Bemerkungen zu Aristoteles' Theorie der Mathematik und des Kontinuums* in P. Feyerabend, *Irrwege der Vernunft*, Frankfurt a.M. 1989, S. 322–356.

Feyerabend, P., *Irrwege der Vernunft*, Frankfurt a.M. 1989.

Freud S., *Die Traumdeutung*, Leipzig/Wien 1900. Zit. nach *Gesammelte Werke*, II, 3, Frankfurt a.M. 1942.

Friedmann M., *Kant and the Exact Sciences*, Cambridge Mass./London 1992.

Furley, D. J., *Two Studies in the Greek Atomists*, Princeton, New Jersey 1967.

Furlyey, D. J., *Anaxagoras in Response to Parmenides* in *New Essays in Plato and the Presocratics*, ed. Roger A. Shiner and J. King Farlow, *Canadian Journal of Philosophy*, Supplementary Volume No. 2, 1967, 61–85. Abgedr. in Furley, 1989, 47–65.

Furley, D. J., *Greek Cosmologists, The formation of the atomic theory and its earliest critics* , I, Cambridge et. al. 1987.

Furley, D.J., *Cosmic Problems, Essays on Greek and Roman Philosophy of Nature* , Cambridge et. al. 1989.

Furth, M., A *„Philosophical Hero"? Anaxagoras and the Eleatics* in *Oxford Studies in Ancient Philosophy*, 9, 1991, 95–129.

Geier, M., *Karl Popper* in *Rowohlts Monographien*, Reinbek 1994.

Hertz, L. , *Die Prinzipien der Mechanik, In neuem Zusammenhang dargestellt*, Leipzig 1894, Darmstadt 1963.

Hülser, K., *Die vorsokratischen Philosophen,* Einführung, Texte und Kommentare v. G. S. Kirk, J. E. Raven und M. Schofield, ins Deutsche übersetzt [mit Anmerkungen] v. K. Hülser, Stuttgart/Weimar 1994.

Kirk, G.S./ J.E. Raven / M. Schofield, *The Presocratic Philosophers, A critical history with a selection of texts*, Cambridge 1983².

Knorr, W.R., *Zenos Paradoxes still in Motion* in *Ancient Philosophy*, 3, 1983, 55–66.

Lachelier, J., *Note sur les deux derniers arguments de Zénon d'Elée contre l'existence du mouvement* in *Revue de Métaphysicque et de Morale*, 1910, S. 345–355.

Lee, H.D. P., *Zeno of Elea*, Amsterdam 1935, 1967².

Lafrance, Y., siehe unter Paquet, L.

Mansfeld, J. , *Digging up a Paradox: A Philological Note on Zeno's Stadium* in *Rheinisches Museum für Philologie*, 125, 1982, S. 1–24.

Mansfeld, J., *Die Vorsokratiker II*, Griechisch/Deutsch, Stuttgart 1986.

Mclaughin, W.I. and Miller, S.L. , *An epistemological use of nonstandard analysis to answer Zeno's objections against motion* in *Synthese*, 72, 1992, 371–384.

Migliori, M., *Unità, molteplicità, dialettica. Contributi per una riscoperta di Zenone di Elea* , Milano 1984.

Meesen, A., *Is it logically possible to generalize physics through space-time-quantization?* in *Proceedings of the 13th International Wittgenstein-Symposium* , ed. by P. Weingartner and G. Schurz, Wien 1989, S. 19–47.

Paquet, L., Roussel, M., Lafrance, Y., *Les Présocratiques: Bibliographie analytique (1879–1980)*, II, Montréal/Berlin 1989.

Popper, K., *Back to the Presocratics* in *Conjectures and Refutations*, London 1969^3, S. 136–165.

Popper, K., *Unended Quest, An intellectual autobiography*, London 1976.

Raven, J.E., siehe unter Kirk, G.S.

Rogers, B., *On Discrete Spaces* in *American Philosophical Quarterly*, 5, 1968, S. 117–123.

Ross, W. D., *Aristotle's Physics*, Oxford 1936.

Ross, W.D., *Aristotle's Metaphysics*, A revised text with introduction and commentary,I, Oxford 1924.

Rossetti, L., *L'"Achille" die Zenone: logica e retorica* in *Criterio*, 6, 1988, S. 67–76.

Rossetti, L., *Sull' intreccio di logica e retorica in alcuni paradossi di Zenone di Elea* in *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 72, 1992, S. 1–25.

Rossetti, L, *I paradossi di Zenone nell 'interpretazione di A. Koyré* in *Alexander Koyré. L'avventura intellettuale*, a cura di C. Vinti, Napoli 1994, S. 423–435.

Roussel, M., siehe unter Paquet, L.

R.M. Sainsbury, *Paradoxes*, Cambridge et. al. 1988. *Paradoxien.* Aus dem Englischen üs. von V. C. Müller, Stuttgart 1993.

Schmitz, H., *Der Ursprung des Gegenstandes*, Bonn 1988.

Schofield, M., *An Essay on Anaxagoras*, Cambridge 1980.

Schofield, M., siehe unter Kirk, G.S., Raven, J.E.

Schofield, M., Rez. v. Ferber, 1981, in *Classical Review*, 32, 1982, S. 188–189.

Scholz, W., *Das Vermächtnis der Kantischen Lehre vom Raum und von der Zeit* in *Kommentar zu Kants Kritik der reinen Vernunft* in *Kantstudien*, 29, 1924, S. 21–69.

Tannéry, P., *Le concept scientifique du continu, Zénon d'Elée et Georg Cantor*, in *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, 20, 1885, S. 385–440.

Tarán, L., *Parmenides. A Text with Translation, Commentary, And Critical Essays*, Princeton 1965.

Thomson, James F., *Tasks and super-tasks* in *Analysis* 15, 1954, S. 1–13.

Timpanaro Cardini, M., *Pseudo-Aristotele, De lineis insecabilibus*, Milano-Varese 1970.

Waschkies, H.J., *Von Eudoxos zu Aristoteles*, Amsterdam 1977.

Wittgenstein, L., *Vermischte Bemerkungen, Eine Auswahl aus dem Nachlass*, hg. v. G. H. von Wright, Unter Mitarbeit von H. Nyman, Neubearbeitung des Textes durch Alois Pichler, Frankfurt a. M. 1994.

Wittgenstein, L., *„Philosophie", §§ 86–93 (S.405–435) aus dem sogenannten „Big Typescript" (Katalognummer 213)*, hg. v. H. Nyman in *Revue Internationale de Philosophie*, 43, 1989, 175–203.

Wolf, S., *Das potentiell Unendliche. Die aristotelische Konzeption und ihre modernen Derivate* in *Europäische Hochschulschriften*, Reihe XX, Philosophie, Bern/Frankfurt 1983.

„Ihre Dissertation ist ausgezeichnet –"
Karl Popper

„An interesting and provocative book"
Paul Feyerabend in *Farewell to Reason*

"Is anything new to be said of Zeno? Rafael Ferber's monograph manages to be lucid, stimulating and also original."
Jonathan Barnes in *Greece and Rome*

"Here is a bold and brilliant philosophical treatment of Zeno's paradoxes of motion: sharp, lucid, elegant, well-informed and wideranging. All aficionados of the paradoxes will enjoy it."
Malcolm Schofield in *The Classical Review*

"I meriti di Ferber non devono però venire sminuiti: la sua rassegna delle proposte storiche di soluzione dei paradossi offre un quadro generale ed esauriente delle analisi più significative, senza disperdersi nel mare magnum della letterature zenoniana; l'intero lavoro è condotto con precisione e spirito critico, tenendo conto da un lato degli odierni sviluppi del pensiero scientifico, tentando dall'altro une ricostruzione storica del significato dei tanto dibattuti paradossi."
Bruno Centrone in *Elenchos*

Franz Steiner Verlag Stuttgart